

第20回 統計教育の方法論ワークショップ
 主催：日本統計学会・統計数理研究所
 日時：令和5年3月12, 13日
 会場：統計数理研究所, ハイブリッド

基礎統計の教授法

大阪大学 狩野 裕
 kano.yutaka.es@osaka-u.ac.jp

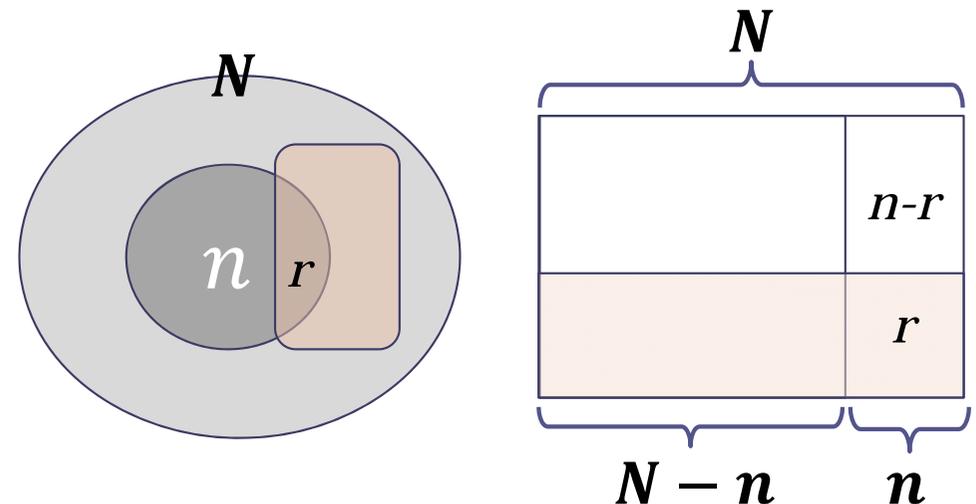
全体的な感想

- WSは第20回を迎える。その間に大きな進歩があった。よく勉強しておられる。
- 狩野は本WSで過去2011, 2013年に発表
- 皆さんの悩みは大学教育でも共有
- ちょっとやりすぎの感あり
 - 生徒が混乱しないか, 自信を無くさないか, DSを嫌いにならないか?
 - 推定・検定の概念は難しい, 慣れていない
- 一方で, 多様性の観点から, やや高度なDS・統計学を教える初等中等学校があってもよいと思う

大橋様

- 情報Ⅱ
- 積み上げ型でない
- これだけ新しいことを入れると, なにが減らされているのか?
- 線形代数を高校数学に

標本調査：一部から全体を知る



標本調査：一部から全体を知る

- 母集団の10%で推測可能？
- 比率に加えて標本サイズ n も大事

- 母比率 p の点推定： $\hat{p} = \frac{r}{n}$
- 母比率 p の信頼区間（無限母集団，二項分布）

$$\hat{p} \pm 1.960 \sqrt{\frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

- 母比率 p の信頼区間（有限母集団，超幾何分布）

$$\hat{p} \pm 1.960 \sqrt{\frac{N-n}{N-1} \times \frac{\hat{p}(1-\hat{p})}{n}}$$

- 信頼区間の幅が，ある値より短くなるように n を決める
- サンプルサイズ的设计，or 例数設計という

米国大統領選挙予測

- 鈴木督久先生(日経リサーチ)が詳しい
- 鈴木督久(2021)『世論調査の真実』日本経済新聞出版
- 失敗の歴史
 - 取りやすい対象に調査
 - 割当法で対象者を選ぶ
 - 無作為法で対象者を選ぶ

一部から全体を知る

- コイントス
 - 表裏裏裏表表裏裏裏裏表表裏裏裏裏表……
 - 表の比率1/2に近づく
 - 偶数番目だけの部分列→ 表の比率1/2に近づく
- なぜ可能なのか
 - 調査：無作為抽出
 - 実験：独立性と不変性(実験条件が変化しない)

区分求積と期待値

離散分布

$$E(X) = \sum_{k=0}^K x_k P(X = x_k)$$

連続分布

$$E(X) = \int_a^b x f(x) dx = \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x_k f(x_k) (x_{k+1} - x_k)$$

$$= \lim_{n \rightarrow \infty} \sum_{k=0}^n x_k P(x_k < X \leq x_{k+1})$$

$$a = x_0 < x_1 < \dots < x_n = b;$$

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \max_{0 \leq k \leq n-1} |x_{k+1} - x_k| = 0$$

データ採取について

- ヨウ素垂らすビタミン検出実験で、教示によって結果が変わる
- データ採取はプロの仕事。プロ以外は見様見真似の素人仕事
 - 統計学者もデータ採取のプロではない
 - プロ: 理工学者, 社会学者, 生命学者...
- 専門的知識の下, 細心の注意を払ってデータ採取
 - 超高額, 長期間ということも
 - 真つ当な標本調査は住民基本台帳に基づいて標本抽出

例: 素粒子物理学

- ヒッグス粒子「発見」、年内確定へ万物の質量の起源
 - 朝日新聞デジタル 2012年7月5日 他
- 2011年、500兆回の衝突実験を繰り返し、膨大なデータをパソコン26万台分の処理ができるコンピューターで分析
- CMS、ATLAS共に、実験によって未知の新粒子が生まれた確率を99.9999%以上と計算
- ATLAS実験グループとCMS実験グループはそれぞれ、ヒッグス粒子が存在するとして95%の信頼区間に対応する質量領域が
 - 115~130 GeV/c² (ATLAS)
 - 115~127 GeV/c² (CMS)
 と発表
- 参考図書 山崎・戸本・花垣(2012)ヒッグス粒子の見つけ方--質量の起源を追う. 丸善出版



α を実感する

- あなたは丁半博打をしている.
* 回連続して丁が出た. あなたは胴元を疑うか(追求するか)?
 - これは次の検定問題である
- P : 丁が出る確率**
- $H_0: P = 0.5$ versus $H_1: P \neq 0.5$**
- 検定のルール
 - 棄却域
 - * 回連続して丁または半が出たら H_0 を棄却する
 - ケース1: 普通の友達
 - ケース2: 怖い方々

2009年度調査

疑い始める回数	人数		第一種の過誤
	ケース1	ケース2	
2	0	0	$1 \times 0.5^1 = 0.500$
4	6	0	$1 \times 0.5^3 = 0.125$
6	16	2	$1 \times 0.5^5 = 0.03215$
8	9	8	$1 \times 0.5^7 = 0.007813$
10	9	18	$1 \times 0.5^9 = 0.001953$
15	1	5	$1 \times 0.5^{14} = 0.000122$
20	1	5	$1 \times 0.5^{19} = 1.907 \times 10^{-6}$
100	0	4	$1 \times 0.5^{99} = 1.578 \times 10^{-30}$

cf. 2008年度調査

疑い 始める 回数	人数		第一種の過誤
	ケース1	ケース2	
2	0	1	$1 \times 0.5^1 = 0.500$
4	4	15	$1 \times 0.5^3 = 0.125$
6	18	10	$1 \times 0.5^5 = 0.03215$
8	14	14	$1 \times 0.5^7 = 0.007813$
10	9	6	$1 \times 0.5^9 = 0.001953$
15	2	1	$1 \times 0.5^{14} = 0.000122$
20	0	0	$1 \times 0.5^{19} = 1.907 \times 10^{-6}$
100	1	0	$1 \times 0.5^{99} = 1.578 \times 10^{-30}$

本発表の内容

1. 平均値, 中央値, 最頻値
 - 学生の住むアパート家賃
 - 世帯貯蓄・負債分布
 - 寿命分布(MTTF)
 - どんな分布に対しても平均値が適切な場合
 - 他
2. 算術平均, 幾何平均, 調和平均, 重み付き平均
 - 銀行利息
 - GDP成長率
3. 統計的推測において…
4. まとめ
 - 身近な例: あるあるネタ
 - 気になる(s)heと出会う確率
 - まとめ: 題材から教材へ

身近なデータ: あるあるネタ

- 興味を引くコンテキスト
- 理解しやすい
- 検定・推定してみたいくなる

身近なデータ: あるあるネタ



AさんとBさんは異なる会社に勤務しているが会社の最寄り駅が同一で、仕事を終えて22:00 または22:10 のモノレールに乗って帰宅するのが常であった。Aさんは9月までは2回に1回程度Bさんと同じモノレールに乗り合わせていたが、10月になって急にBさんと出会う難くなったように感じた。Aさんの勤務状況は変わらない。Bさんに事情が生じたのか、もしくは、Bさんが避けるようになったのだろうか。それとも気のせいだろうか。

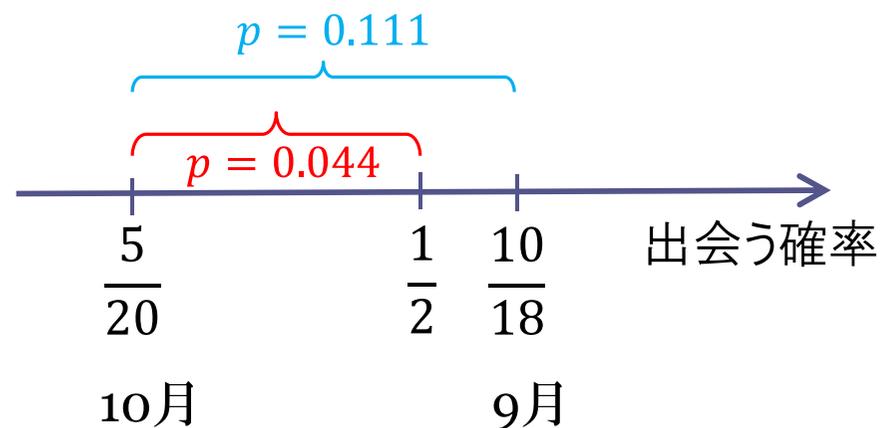
続き

Aさんは日記を振り返りデータを調べてみたところ、9月の帰宅時、Bさんとモノレールで出会った回数は10回、出会わなかった回数が8回であった。10月の帰宅時、Bさんとモノレールで出会った回数は5回、出会わなかった回数が15回であった。

設問

- 10月のデータに基づき彼らが出会う確率 p が $p_0 (= 1/2)$ と等しいかどうかを有意水準 $\alpha = 0.05$ として検定せよ。連続修正を行うこと。
- 9月と10月でAさんとBさんがモノレールで出会う確率に変化があったかどうかを有意水準 $\alpha = 0.05$ として検定せよ。連続修正を行うこと。
- 出典 2022年度 統計学 期末試験問題
 - 学部1年次対象

検定の状況



検定に関する考察

- 3個ある平均の区別
 - 仮説を表す母平均と2個の標本比率
- 2個の標本平均間の比較は検出力が低い
 - $\frac{5}{20}$ versus $\frac{10}{18}$
- 標本平均と母平均(仮説)の比較の方が検出力が高い
 - $\frac{5}{20}$ versus $\frac{1}{2}$
 - $\frac{1}{2}$ は標本サイズが無限大の標本平均と考える。情報が多く検出力が高いと説明

まとめ：題材から教材へ

- 興味を惹くコンテキストで理解しやすいこと
 - 単純化しすぎた(抽象化した)演習問題だけでは教育効果薄い
 - 生データのままでは教材にはなりにくい
 - 複雑なコンテキストの問題は不適
- 検定・推定してみたいくなる状況
- カレントデータにアップデート
 - 毎年, データをアップデートしなければならない

参考図書(追加)

- サルツブルグ(2006).『統計学を拓いた異才たち— 経験則から科学へ進展した一世紀』竹内恵行+熊谷悦生(翻訳) 日本経済新聞社
- 田栗・藤越・柳井・ラオ(2007).『やさしい統計入門』ブルーバックス. 講談社
- 繁梶算男(1991). 意思決定の認知統計学. 朝倉書店
- 市川伸一(1997). 考えることの科学 -- 推論の認知心理学への招待. 中公新書

ご清聴に感謝します