

データの活用に焦点を当てた 教科書内容の国際比較

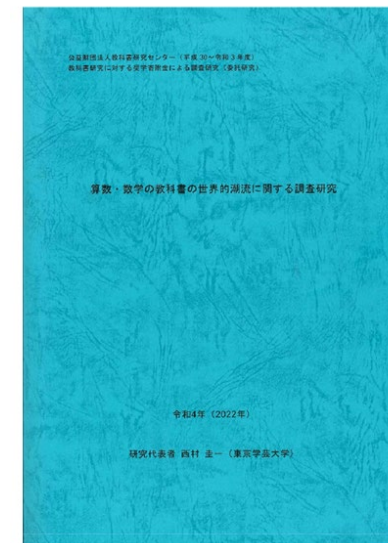
深澤弘美（東京医療保健大学）

今日の内容

■ 「算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究」

フィンランド，アメリカ，イギリス，ドイツ，
ニュージーランド，日本の算数数学の教科書

西村他（2022），算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究，
教科書研究センター(<https://textbook-rc.or.jp/wp-content/uploads/2022/10/80160bf7b38e4d1fd6ab6aa113f8bd3e.pdf>)



■ ニュージーランドの教科書におけるデータの活用

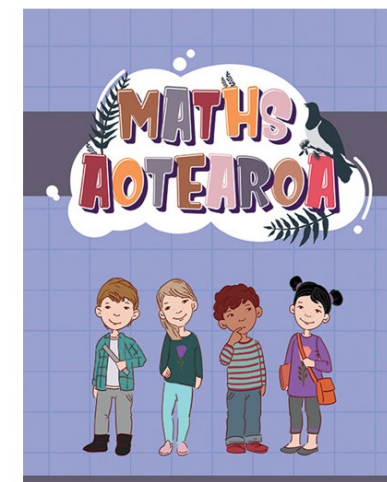
□ 初等教育

MATHS AOTEAROAシリーズ

(<https://www.edify.co.nz/shop/primary/charlotte-wilkinson>)

□ 中等教育

David Barttonシリーズ



2022秋

算数・数学の教科書の世界潮流 に関する調査研究

算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究 概要

■目的

この10年間に於ける、算数・数学科の教科書の世界的潮流を捉え、日本のこれからの算数・数学科の教科書の在り方に関する示唆を導出すること

■分析の視点

① ICT の位置づけ

教科書のデジタル化の状況、教科書における数学アプリケーションの位置づけ等を分析する。

② アプローチ

章の展開、数学的活動や探究の取り扱い等を分析する。

③ 内容の取り扱い

「統計」に関する内容

「割合」「確率」の扱い
STEAM, プログラミング

日本教育新聞 2022年9月12日

「割合」学習は中高でも
算数・数学の教科書国際比較調査

日本経済新聞 2023年12月5日

アプリ利用、学び直し、非理工系教科書



教育界と共に歩んで
76周年

創刊 1946(昭和21)年5月1日
発行所
日本教育新聞社
〒108-8638
東京都港区白金台3-2-10
電話03(3280)7008(大代表)
郵便振替 00150-8-196500

©日本教育新聞社 2022
ご購読申し込み
〒03(3280)7025
Eメール kodoku@kyoiku-press.co.jp
ホームページ http://www.kyoiku

「割合」学習は中高でも

フィンランド 算数・数学の教科書調 英米など6カ国

公益財団法人の教科書研究センター(東京・江東区)が令和3年度までの4年間にわたる調査研究事業で、算数・数学の教科書について、世界でどのような潮流があるかなどを報告書にまとめた。学習内容のうち、「割合」に関して日本では小学校で扱うのみだが、研究対象とした各国では、中学校、高校で単元を設け、学び直しの機会を設けていた。高校段階では、文系で学ぶ生徒を対象とした教科書に日本とは異なる特徴があった。

日本は小学校のみ

この事業は、東京学芸大学大学院の西村圭一教授を研究代表者と、同センターは約10年前にも、

国立教育政策研究所からの委託で、理数教科書の国際比較を実施。

調査対象の中には、算数・数学を学ぶ意義を記載しているなど日本とは異なる特徴があることを導き出している。

英米は共に、高校段階の教科書に記述があった。各国とも、統計分野などで割合を扱っている場合は独立した単元と見なさず、比較分析した。

報告書では、フィンランドとNZは、同じ内容を上級学年で扱っている。日本では、小学校の4、5年生でのみ扱っている一方、

「日本では、理解について課題をたてて課題を「中絶」も割合の内、独立している教科書は、の、独立している教科書は、

中学校、高校段階の教科書に出ている「割合」に関する例題

Q あるサッカークラブは、古いグラウンドを改修して新しいグラウンドを作っている。グラウンドは長方形で、改修後も面積は変わらないが、幅が3%広くなる予定である。グラウンドの長さはどう変化するか。小数点以下3桁まで答えよ。(ニュージーランド、中3段階)

Q 2015年度国会議員選挙の国民連合党の支持率は18.2%で、2011年度の選挙では20.4%であった。

- a) 政党支持率は、何パーセントポイント下落したか。
- b) 政党支持率は、何パーセント下落したか。(フィンランド、高1段階)

各国の教科書として分かった日本の教科書の特徴の一つが「割合」に関する学習の扱いだ。百分率などについて学ぶ単元が日本では、小学校の4、5年生で

日本最初の近代的な学校教育制度を定めた教育法令である「学制」0年を迎える

学制150年で記

教科書から教育

が明治5年公布されて0年を迎える

海外の算数・数学教科書

西村圭一・東京学芸大教授らが海外の算数・数学教科書を調査したところ、デジタルツールとの連携が大きく進んでいることが分かった。西村教授に寄稿してもらった。



西村 圭一

東京学芸大教授

筆者が代表者とする研究グループは2018〜21年度、公益財団法人教科書研究センターの委託事業として「算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究」に取り組んだ。08〜09年度に実施された「理数教科書における国際比較調査」から10年余り、スマートフォンやタブレット型端末の普及など、この間の社会の変化を受けて諸外国では算数・数学の教科書の役割や内容・構成がどう変化しているのかを調べることが目的だった。

米国、英国（イングリッシュ）、ドイツ、フィンランド、ニュージーランドを調査対象とし、広く使われている教科書や新設された科目の教科書を分析した。いずれも新型コロナウイルス禍前に作成されたものである。分かったこととして大きく3点をお伝えしたい。

第1の特徴は、中学校と高校の教科書にアプリケーショントールの利用を前提とした問題解決や探究課題が多く盛り込まれていることである。

例えば、フィンランドの高校のデジタル教科書には、関数や統計のグラフ作成や代数計算ができるツールを用いて探究する問題があった。ツールとは計算

- アプリ利用
- 学び直し
- 非理工系教科書

アプリ利用、前提に設計

や関数電卓の機能を持つ、オープンソースのソフトウェアである。統計学習のためのデータセットも手計算では扱えないサンプル数のものが用意されている。

これらの国では大学入資格試験でもこうしたツールを使う問題が出される。その影響もあるが、指導の重点が変化してきているのは確かだ。計算はツールに任せ、計算への習熟よりも理解や数理的事象の考察に比重が移ってきている。

換言すれば情報通信技術（ICT）を紙の教科書の学習効率を高めたり、理解を助けたりする手段として考えられるのではなく、ICT化された学習環境の中に教科書をどう位置づけるか」

「割合」の扱いに見る教科書の違い
割合を扱う章・単元のある学年

	小学校	中学校	高校
フィンランド	5	2	1
ニュージーランド	5,6	1~3	1
ドイツ	5	1	
日本	4,5		

・ドイツの高校、米国と英国の小中は今回の調査対象外。米英ともに高校では扱いがある
・学年は日本の制度で相当する学年

指導の重点変化 / 生徒の多様性に対応

が検討されている。学習環境のICT化の進展による教科書の変化は、各国の教育文化の影響を多分に受けている。例を挙げると、国のカリキュラムが比較的頻繁に変わる英国では、建前上「新」シリーズの教科書でも中身は以前掲載されていた内容の使い回しが大半で「説明・例題・演習」という形式も変わっていない場合が多かった。

この問題に対処するため教科書よりも市販のオンライン教材セットを利用する教師が増え始めている。さらに、まだ研究段階だが、学校がそれぞれの状況や好みのスタイルに合わせて編集できる教材を無料提供するウェブサイトの開設や、人工知能（AI）が生徒の解容の正誤だけではなく思考の様相を評価し、理解を深めるための問いかけをするプラットフォームの開発も進んでいる。教科書のあり方自体のアップデートが始まっているのだ。

第2の特徴は「学び直し」への対応である。2つの数量や値の間の関係や比率を示す「割合」（パーセントも含む）は、どの国も児童生徒にとっても理解が難しい概念だ。

特徴的だったのは、いったん割合を学習した後、学年でも割合に関する章を設けている教科書が多かったことだ。国のカリキュラムが複数学年このまとまりで示されている影響もあるが、そこでは過去に解いた問題を復習するのはなく、中学生、高校生という発達段階に見合った生活や社会の中での意思決定の場

面などを設定し、割合を学べるようにしている。割合をある程度理解していた生徒にとっても数学的リテラシーの伸長につながる豊かな学び直しの機会になっていると考えられる。

第3の特徴は、非理工系学部への進学を希望する高校生を対象にした教科書の存在である。非理工系生徒の数学的に考えざる資質・能力をいかに伸ばさせるかは、日本に限らず多くの国に共通の課題のようだ。対応は非理工系生徒向けの科目を国のカリキュラムで設定したり、大学入資格試験に科目を新設したりと国によって異なる。しかし、米英フィンランドの非理工系用の数学教科書では、理工系用と同じ内容に対して現実世界の問題を主軸に構成していることが共通していた。

例えば、米国の教科書には「民主的意見決定の数学」という章があった。そこでは投票や公平な分配についての数学的に考察する内容が

掲載されている。これは数学を学ぶ必要性を感じさせるだけでなく、数学の学び方に多様性を持たせたいと考えられる。一方、日本の教科書は同じ内容に対して、扱う問題の難易度や量のみを変えて対処する方向である。

以上の特徴に徹底しているのは多様性への対応だ。それは学習の進捗を多様化するのではなく、生徒の理解や思考の特性、興味・関心に向けられている。国際的に見ると日本は算数・数学の授業に対する教科書の影響が大きい国であり、授業の質を担保する上で教科書が大きな役割を果たしてきた。半面、このことが教科書に日本独自の進化（ガラパゴス化）をもたらししている可能性がある。

算数・数学の授業を通してどのような力をつけるべきか。また、そのための教科書はどうあるべきか、教師や研究者だけでなく、全ての人が変化する社会を見渡して、多様な児童生徒の存在に思いをよせながら考え直す時機が来ている。

学習デジタル化

人材育成に課題

西村教授らの研究報告書は刺激的で面白い。海外では統計教育に力点が置かれ、汎用ソフトやオンライン教材も積極的に利用されている。日本のデジタル教科書はまだ設計思想が紙ベースで、学習全体のデジタル化を想定したものになっていない。デジタル人材育成の

隔れた課題だろう。報告書には海外の教科書専門家の寄稿も収録されている。「教科書はソフトの説明書ではない」とクギを刺す指摘や「先進国の間でカリキュラムの共通化が加速する」という予言の行方が気になった。（編集委員 中丸亮夫）

不登校巡る相談

受験考

「普通」って何？ 悩む親子

文部科学省の調査によると、2022年度の不登校の小中学生は過去最多で30万人に迫ったという。私が中学生のころ、不登校生は学年に1〜2人だったか。先日生徒に聞くと「各クラスに4〜5人います」といって答えて返ってきた。

保護者からの相談も増えている。塾生で中3のヒロト（仮名）は小6の時、新型コロナウイルス禍による休校中にオンラインゲームに没頭して生活リズムを崩した。学校に行ったり行かなかったりを繰り返して、やがて不登校になった。

塾生としても戻れるよう休塾とした。塾生に聞くと今も登校はしていないよう

だ。母親にも最近会った。「高校も行かない」といっています。どうしてうちの子がとずっと悩んでいるのか。普通の子がどうやまじい」と苦しげに話した。

塾生の保護者の紹介で中3のヨウスケ（同）が母親と相談に来た。中2から不登校。現在は週数回の登校で内申に1が多い。本人は高校進学を希望し、母親に「塾に通わせてほしい」と頼んだ。

母親は塾を当たったが「普通の時期に問い合わせてほしい」「普通のペースではないですね」と断られ続けたという。「もううん、うちの子は普通ではないでしょ」が「涙ぐむ母

親の隣でヨウスケは涙をこぼし「めんね。僕だってできればみんなと同じでよかった」と漏らした。私は彼に合いそうな高校をいくつか紹介し、次の定期試験に向けて一緒に勉強することにした。前を向いた人たちに希望を捨ててほしくない。

長い面談が終わわり、帰る際、母親は「先生、普通って何ですか。私もこの子がいて、やっとう今日（こ）まで来られました。私には普通が何かわかりませんが、この子の成長がうれしんですよ」と話した。しかし、この親子もフツウの進路に憧れているのかもしれない。多様な学び方や進路を選択できる今「普通」とは何なのか。一度じっくり考えたい。（幸）

いきいき



■大海原（へ） 「来月はどこへ行こうか。アイナメが何らしいよ」。次の活動場所を探す釣り部員。「皆で意見を出し合う」と意外なスポーツが見つかる」と部長の高橋良輔さん（16）。釣りの楽しみ方で行き先も変わる。新たな場所を開拓したい人、いつもの場所を腕を磨きたい人など求めるスタイルはそれぞれだ。「本校に行きたい人は？」。着し手が上がる。多数決で決まったのは、前回ほどと釣れなかった海釣り施設。仕掛けを変えて再挑戦する。「仲間間で一緒なら釣れなくて面白い合える」

（東京都板橋区の城北中学校・高校）

算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究 分析対象とした教科書

	小	中	高
フィンランド	○	◎	◎
ニュージーランド	○	◎	◎
アメリカ			◎
イギリス			◎
ドイツ		◎	
日本	◎	◎	

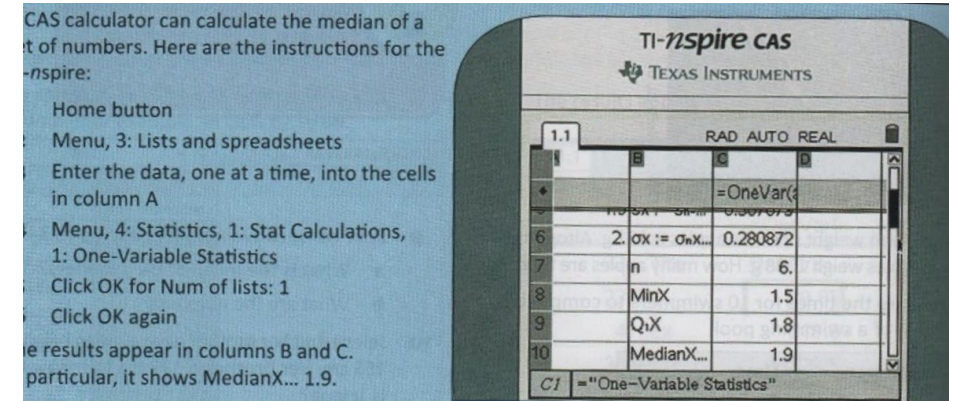
高校の非理工系の生徒を対象とする教科書

算数・数学の教科書の ICTの位置づけ

ICTの位置づけ

ニュージーランドの教科書のデジタル化

- 生徒用，教師用，スライド化された電子教科書，データ等ダウンロード可能なワークブックなど
- 教科書内の教材データ：URLが記載されDL可能
- アプリケーションを活用した演習が豊富
特に，統計は専用アプリで分析，ICTの活用が前提



David Barton(2017)

(例：中学2年生の教科書)

数と代数

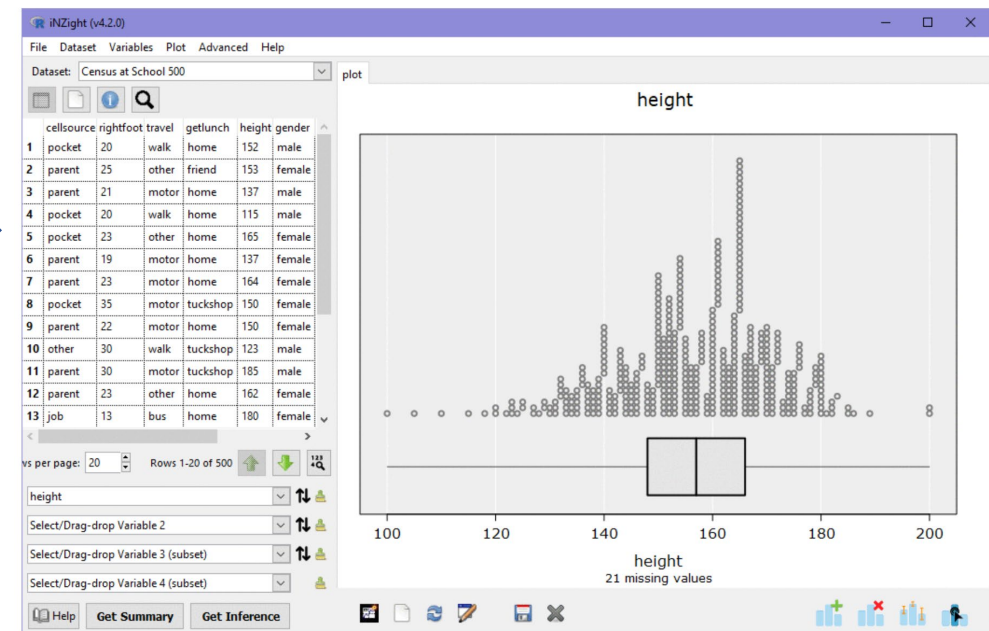
- 表計算ソフト・グラフ電卓

統計

- 表計算ソフト、グラフ電卓、アプリケーションの使用が前提
- 箱ひげ図の作成：グラフ電卓，**iNZight (統計専用アプリ)**



- デジタルデバイスを所有してしていない生徒への配慮



David Barton(2017)

ICTの位置づけ

ドイツ：mathe live 9e

- ドイツの教科書会社の手 Klett社
- ライプツィヒブックフェアで「SchoolBook of the Year 2015」受賞
- オンラインでもオフラインでもアクセスできるデジタル教科書ワークシートなど利用可



CO₂-Austausch und seine Folgen

Land	CO ₂ -Ausstoß nach Ländern und weltweit			Bevölkerung 2012 in Mio.
	CO ₂ in Mio. t 1990	CO ₂ in Mio. t 2011	CO ₂ in Mio. t 2012	
Weltweit	22 682	33 992	34 428	7058
China	2 452	8 876	9 104	1 350
USA	5 461	6 027	5 799	313
Indien	626	1 787	1 812	1 260
Russland	2 369	1 674	1 703	143
Japan	1 179	1 311	1 413	128
Deutschland	1 029	804	816	81
Südkorea	257	739	764	50
Kanada	485	628	624	35
Saudi Arabien	242	609	622	29
Iran	199	598	612	76
Großbritannien	625	519	531	63
Brasilien	246	488	507	194
Mexiko	283	444	500	115
Indonesien	151	453	496	241
Südafrika	329	452	441	51
Pakistan	65	163	166	166
Nigeria	45	74	77	154
Bangladesch	17	61	66	147

Quelle: <http://www.sciencex.de/wissen-aktuell-16862-2010-11-08.html>

Prüfe die Angaben!
Wenn man verschiedene Quellen zu einem Thema heranzieht, kann es vorkommen, dass die Angaben nicht exakt übereinstimmen. Das kann z. B. daran liegen, dass unterschiedliche Jahreszahlen als Grundlage dienen, oder dass Berechnungsmethoden unterschiedlich sind. Überlege dir, welche Auswirkungen das auf deine Rechnergebnisse hat.

Abb. 2

1 a) Was ist in der Tabelle aufgelistet? Sortiere die Liste für die verschiedenen Jahre nach CO₂-Ausstoß. Bei welchem Land gab es die größte Zunahme, bei welchem Land die größte Abnahme von 2011 auf 2012? Welchen Anteil am globalen Ausstoß hatte Deutschland 2012? Wie groß ist der Rückgang in Deutschland gegenüber 1990? Gib das Ergebnis in % und prozentual an.

2 a) Stelle die Daten aus der Tabelle in einer übersichtlichen Grafik dar. Wähle als Überschrift z. B. „Die 10 größten Klimasünder 2012“. b) Füge in die Grafik die Daten für 2011 ein.

3 a) Die USA und China haben den größten CO₂-Ausstoß. Welchen Anteil an der Gesamtmenge hatten diese Länder 2012? b) Nimm zu dieser Aussage Stellung: „Der CO₂-Ausstoß pro Kopf ist in China deutlich geringer als in den USA oder in Deutschland. Deshalb müssen diese Länder zuerst ihren Ausstoß deutlich verringern.“ c) Recherchiere die aktuellen Zahlen und beurteile die Veränderungen.

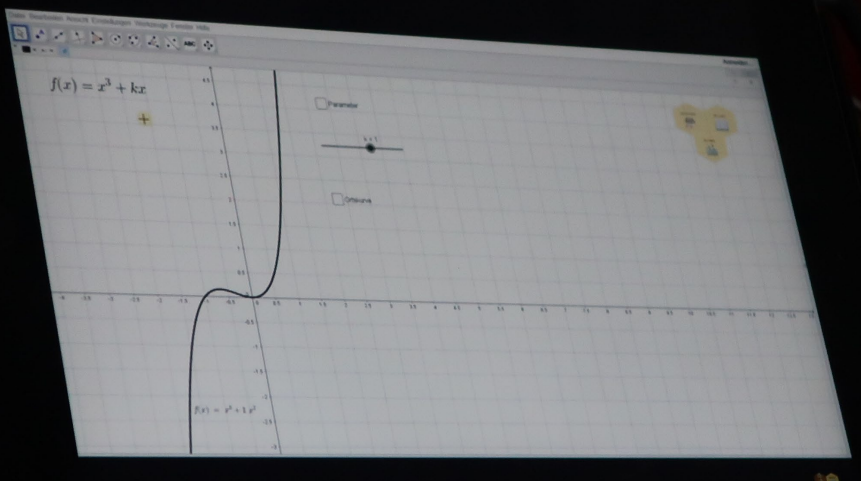
4 a) In der Tabelle sind die zehn bevölkerungsreichsten Länder der Erde aufgelistet. Berechne ihren CO₂-Ausstoß pro Kopf im Jahr 2012. b) Stelle die Ergebnisse in einer Grafik dar.

Daten der Tabelle zum Bearbeiten

クリック

Weltweit

Land	CO ₂ in Mio. t 1990	CO ₂ in Mio. t 2011	CO ₂ in Mio. t 2012	Bevölkerung 2012 in Mio.
Weltweit	22 682	33 992	34 428	7058
China	2 452	8 876	9 104	1 350
USA	5 461	6 027	5 799	313
Indien	626	1 787	1 812	1 260
Russland	2 369	1 674	1 703	143
Japan	1 179	1 311	1 413	128

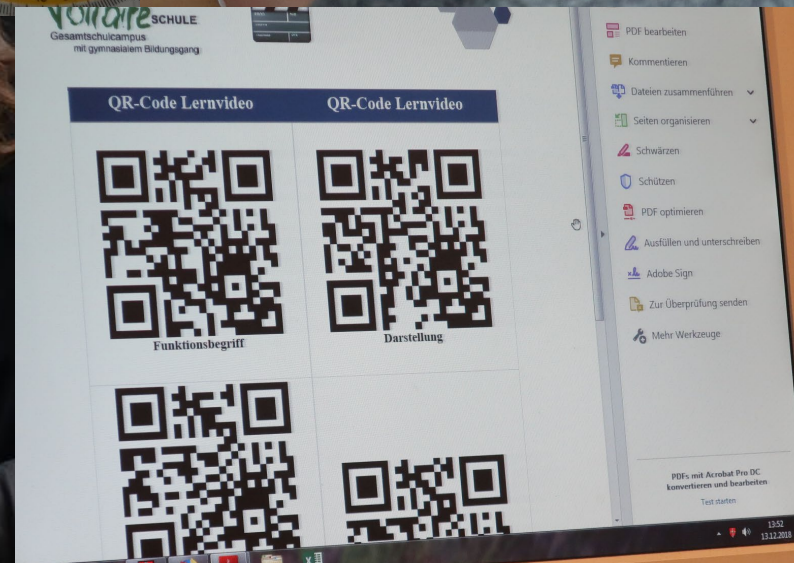


3. Nullstellen
 $f(x) = 0$
 $f(x) = x^3 + kx = 0 \quad | :x$
 $x^2 = 0 \quad | \sqrt{\quad}$
 $x_1 = 0 \quad ; \quad x_2 = -k$

4. Extrempunkte
 notwendige Bedingung:
 $f'(x) = 0$
 $f'(x) = 3x^2 + 2kx = 0 \quad | :x$
 $x_{e1} = -\frac{2k}{3} \quad ; \quad x_{e2} = 0$

hinreichende Bedingung:
 (CAS) $f''(x) = 6x + 2k$
 $f''(-\frac{2k}{3}) = -2k$
 $f''(0) = 2k$

Fallunterscheidung:
 Kandidaten $x_{e1} = -\frac{2k}{3}$
 $f''(-\frac{2k}{3})$
 Tiefpunkt $(f''(x_e) > 0)$
 Hochpunkt $(f''(x_e) < 0)$
 keine Umage $(f''(x_e) = 0)$
 Koordinaten



安野史子・西村圭一・浪川幸彦 (2021). ドイツの総合制学校におけるICTを活用した数学の授業実践からの示唆ーヴォルテール総合制学校ポツダムの視察報告ー. 日本数学教育学会誌 数学教育 103(5). 46-59

ドイツの教科書：自律学習チェックリスト

授業時間90分間

前半30分間は一斉授業

後半60分間は個別学習

- 個人で グループで
- 教室で 学校内の他の場所で
- 教科書やプリントの課題に取り組む
解説動画を視聴する生徒が多数
- 自ら計画を立て「自律性」を持って課題に取り組む

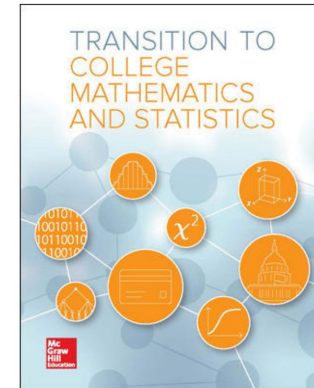
		Checkliste					
		Das kann ich.	Da bin ich fast sicher.	Da bin ich unsicher.	Das kann ich noch nicht.		
Check-in qr73wf	1	Ich kann maßstabgerechte Zeichnungen lesen und anfertigen. → mathe live-Werkstatt, Seite 184		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	2	Ich kann Brüche in Dezimalzahlen und Prozente umrechnen (und umgekehrt). → mathe live-Werkstatt, Seite 175		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	3	Ich kann die Winkelsumme in einem Dreieck und in einem Viereck zum Lösen von Aufgaben nutzen. → mathe live-Werkstatt, Seite 185		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	4	Ich kann einfache Gleichungen lösen. → mathe live-Werkstatt, Seite 191		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
	5	Ich kann Schrägbilder zeichnen. → mathe live-Werkstatt, Seite 186		<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>	<input type="checkbox"/>
		Ich helfe anderen.	Ich übe weiter.	Ich frage andere.	Ich frage eine Lehrperson.		

ICTの位置づけ

アメリカの教科書：Transition to College Mathematics and Statistics

非理工系生徒用PDF形式のデジタル教科書も販売

- 「deeply digital」教科書の開発 (Dorsey,2011)
- プロトタイプとして、「5章 二項分布と統計的推論」の単元が開発された



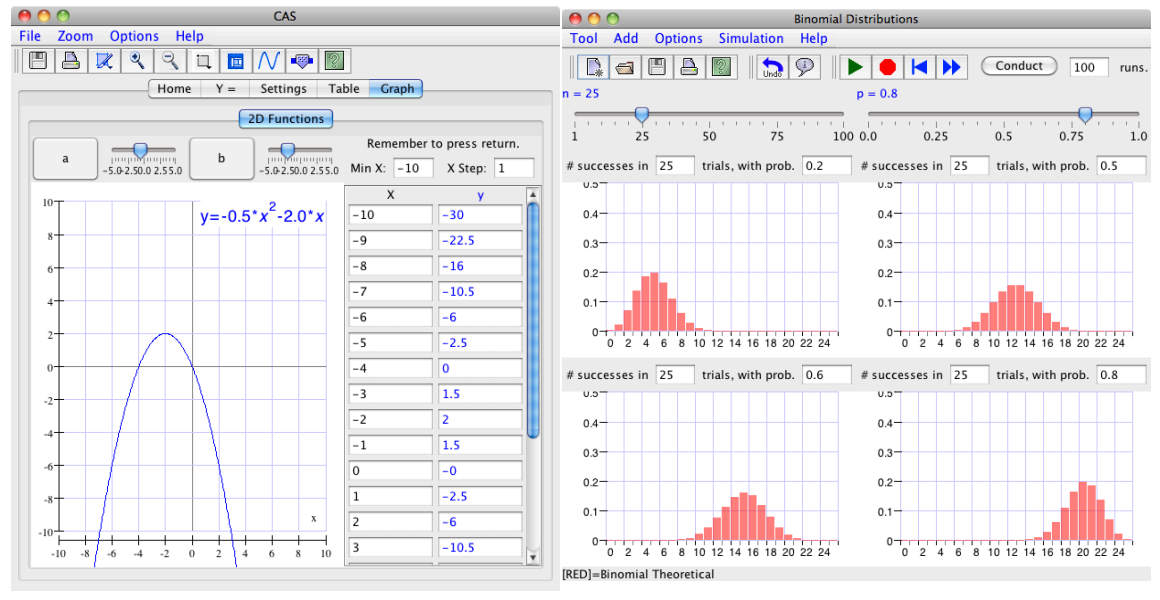
Hirsch et al. (2016)

専用アプリケーション



(Click the screen above to download the free software.)

<http://tcmsproject.org/index.html>



アメリカの算数数学の教科書の動向

- 共通の教育課程は存在しない、算数数学の学力が低迷
→2010数学の共通カリキュラムCommon Core State Standards (CCSS)
- EdReports (<https://www.edreports.org/>) : 教科書を評価するNPO
- CCSSとは一線を画す州も増え始めている (2010年当初46州)

デジタル化

■ 無料で利用できる教科書サイト

- EngageNY : ニューヨーク州の教育局が作成した指導計画, 教科書, 教師用指導書, 児童用ワークシートのセット
- 分厚い高価な教科書→質の高い資料、教科書の無償提供

■ オンライン教材作成ツールと, そこに公開されている教材群 : Seesaw, Nearpodなど

- 教員間の教材の共有、教科書会社が優良教材提供

■ 補習・宿題等のための, 児童の個別学習をサポートするオンラインサイト

- ゲームやパズルを通して学習内容の習熟や既習事項の復習をしたりする (有料)
- ドリル購入より人気

デジタル化の課題

- 多種多様な教材をどのように選び、どのような順序で提供することが生徒の学習を充実させることにつながるか。評価、判断を誰がどのように行うか。
- カリキュラムの一貫性の評価（カリキュラム監査）
- デジタル化と教員の役割・資質の再考
- AI を使い生徒の回答に適応して問題や教材を提示し、個々の生徒に適応した学びの機会を与えながら、生徒同士の「協働」を通しての学びの機会をどのように組み入れていくのか？その際の教師の役割は？

算数数学の教科書における データの活用に関連した共通点

「統計」の単元の共通点

- 高校生向け教科書は**非理工系・理工系用の2種類**が発行されている国が多く、非理工系用は統計（データ分析）の扱いが多い
- 話し合いや議論を即す問題や**探求課題**が豊富に掲載されている
- 現実事象と関連付けした**統計的確率**を多く扱っている

非理工系向け教科書の統計重視（高等学校）

ニュージーランド：科目「数学と統計」（高1-2）、「数学」「統計」（高3）

Pearson 社の教科書のタイトル		カリキュラムレベル	NZの学年	日本の学年	備考
理工系 非理工系	Gamma	Mathematics レベル 5・6	Y11	高校 1 年生	応用・統計少
		Fundamentals NCEA Level1			基礎・統計多
理工系 非理工系	Theta	Mathematics レベル 7	Y12	高校 2 年生	微積重視
		Dimensions NCEA Level2			統計重視
理工系 非理工系	Delta Mathematics	レベル 8	Y13	高校 3 年生	微積
	Sigma Statistics	NCEA Level3			統計

アメリカ，イギリス，フィンランドにも非理工系向け教科書がある

非理工系向け教科書：統計重視（高等学校）

フィンランド

理工系用

国家カリキュラム「長い数学」
に準拠

統計と確率（必修）

非理工系用

国家カリキュラム「短い数学」
に準拠

統計と確率（必修）

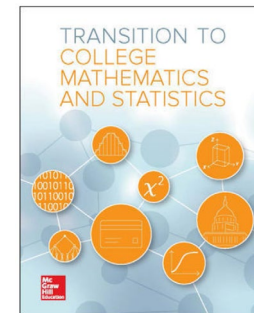
統計と確率Ⅱ（選択）

選択 統計と確率Ⅱ

離散的な確率分布	1 確率の求め方の復習
	2 繰り返しと2項確率
	3 2項分布
連続的な統計分布	1 連続変数の度数分布
	2 平均値と標準偏差
	3 分布の説明と比較
連続的な確率分布	1 連続的な分布の表現
	2 正規分布
	3 正規分布の適用
統計的推論	1 標本平均と信頼区間
	2 誤差の分布と信頼区間
追加	1 クロス集計
	2 統計グラフ
	3 標本分布
	4 標準誤差と標本のサイズ

非理工系向け教科書：統計重視（高等学校） アメリカ

Hirsch et al. (2016)



単元	単元の名称	単元のねらい	ページ数
1	カテゴリカルデータの解釈	カテゴリカルデータの解釈では、クロス集計表、条件付き確率および独立性についての理解を深めるとともに、ランダム化された実験データを用いて2つの治療法を比較することができるようになる。	101
2	変化をモデル化する関数	変化をモデル化する関数では、定量的な関係や、データのパターンをモデル化するために、線形関数、指数関数、二次関数、べき関数、周期関数、および対数関数の理解を深める。	98
3	数え上げの方法	数え上げの方法では、順列と組み合わせを使用して、数え上げの問題を解決したり、体系的に数え上げたりする能力を高める。	65
4	金融に関する意思決定の数学	金融に関する意思決定の数学では、定量的な関係、特に金融に関する数学モデルを含む関係を表現および推論する際に、線形関数、指数関数、対数関数および式や方程式を使用する能力を高める。	74

アメリカ

非理工系向け教科書：統計重視（高等学校）

単元	単元の名称	単元のねらい	ページ数
5	二項分布と統計的推論	二項分布と統計的推論では、確率の法則、二項分布、期待値、モデルの検証、シミュレーション、無作為標本に基づく母集団についての推論、誤差の範囲、標本調査・実験・観察研究の比較、並びに、ランダム化がそれぞれにどのように関連するかについて理解を深める。	90
6	情報科学	社会の中で「おかしい」と思われる事柄を批判的に考察する態度の育成 「おかしさ」を数学的な根拠に基づいて、批判できる能力の育成	97
7	空間の視覚化と表現	める。また、5次元の形状としての特性を表現・判断するために用いる座標法や、線形計画問題や3変数の連立方程式並びに不等式を解くために用いる、グラフを用いた推論や代数的推論に関する能力を高める。	78
8	民主的意思決定の数学	民主的意思決定の数学では、投票や公平な分配に関して、民主主義社会で意思決定を行う際に役立つ数学的概念や方法の理解を深める。	71

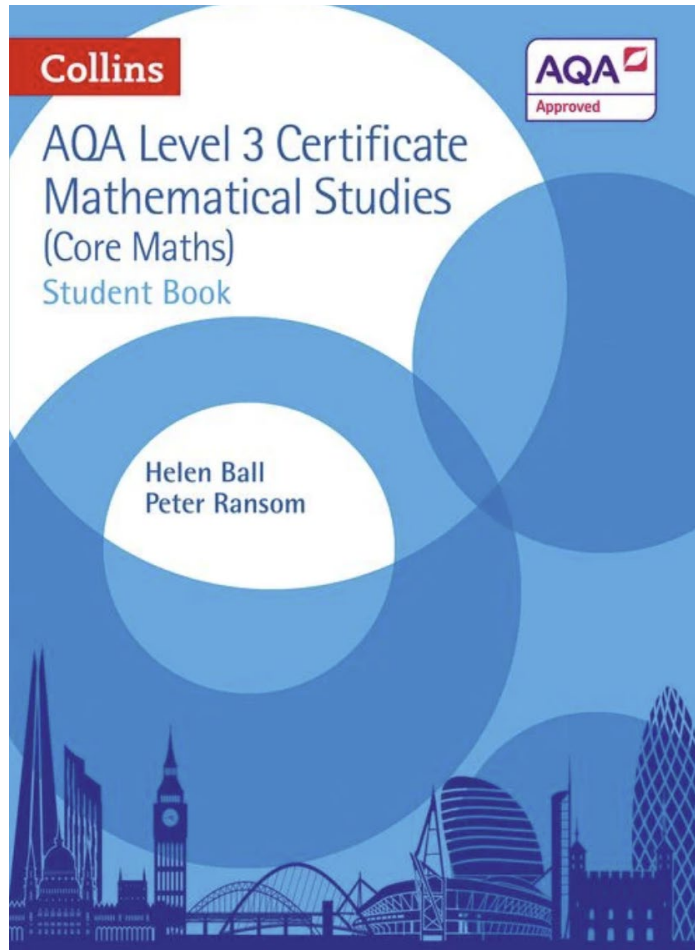
アメリカの教科書（非理工系用）

取り扱っているデータの例

- 喫煙と肺がんの問題
- 乳がんの問題
- 骨密度低下の問題
- HPVの問題
- ヒョウによる被害の問題
- 肥満の問題
- 食料摂取の問題
- ソーダ摂取
- 日焼けと皮膚がん
- イニング数（野球）と手術
- 喘息の薬と副作用
- ワクチン
- ケガと下肢器具の効果
- 歯痛とクローブオイル
- カーブボールと手術
- 飲酒運転
- メールの回数
- 妊婦の骨盤内優利益の超音波試験の正確性
→偽陽性，偽陰性，感度，特異度

非理工系向け教科書：統計重視（高等学校）

イギリス

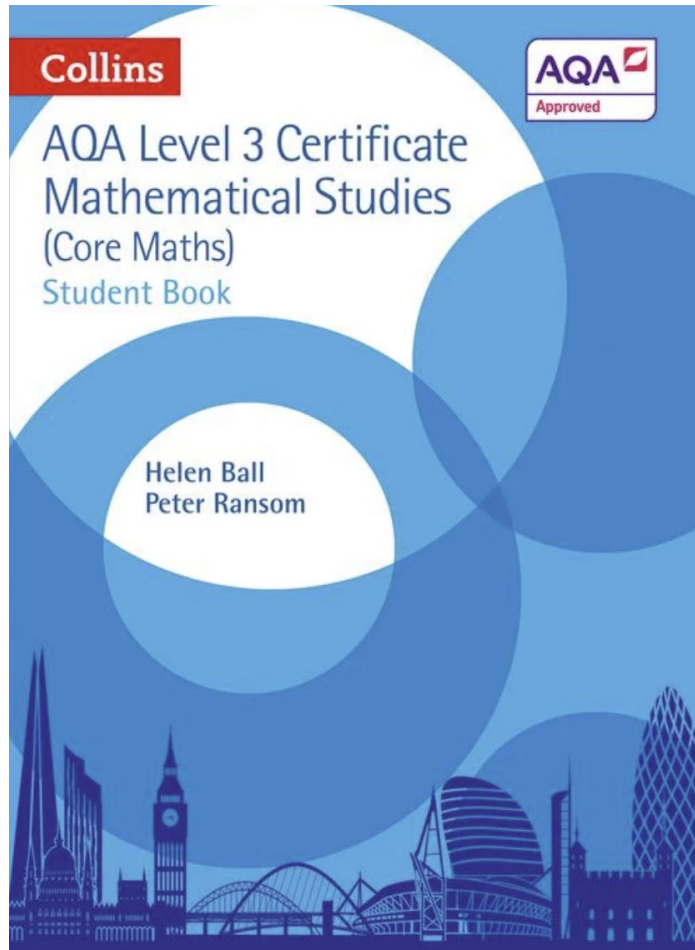


Helen Ball, Peter Ransom(2006)

- GCSE の成績が B,Cだが A/AS レベルは必要ないという生徒を対象に設けられた**新しい資格試験Core Maths**に対応した教科書
- 非理工系生徒を主な対象
- 方法知の学習目標の明示
- クラスメイトと話し合う
「議論」を中心とする構成

非理工系向け教科書：統計重視（高等学校）

イギリス



Helen Ball, Peter Ransom(2006)

1. データの分析
2. 個人のファイナンスのための数学
3. 見積
4. 与えられたデータやモデルの批判的な分析
5. 正規分布
6. 確率と推定
7. 相関と回帰
8. クリティカルパス分析
9. 期待
10. 費用便益分析
11. グラフィカルな方法
12. 変化の割合
13. 指数関数

相関と回帰（イギリス非理工系向け教科書）

以下の中から一つを選び、クラスメイトと話し合いなさい。

1. ロンドンオリンピック組織委員長のSebastian Coe に、近代オリンピックが始まった1896年の以降の参加国数とメダル数との関係を示す**散布図を描くように頼まれた**とする。**軸にとる変量と見られそうな相関の種類**について話し合いなさい。
 2. イギリス気象庁に、1066年のヘイスティングズの戦い以降の、海面レベルと世界気温との関係を示す散布図を描くように頼まれたとする。軸にとる変量と見られそうな相関の種類について話し合いなさい。
 3. あなたは統計家で、イギリス国家統計局に、日々のデジタルデバイスの使用時間とAレベル試験の結果との関係を示す散布図を描くように頼まれたとする。軸にとる変量と見られそうな相関の種類について話し合いなさい。
- この議論の後に、散布図をもとに**相関の強弱**、**正負**が解説されている。
 - 時節では、同様に場面で相関の強さについて話し合わせた後で、**相関係数**が導入されている。

相関と回帰（イギリス非理工系向け教科書）

名目GDP の変化率とGDP に対する債務の変化率の**散布図**が示され，それぞれの項目に関する説明がなされたのち，次のことについて**議論**するよう求めている。あなたはエコノミストで，欧州諸国の経済状況について予測をするよう依頼されたとする。

1. 上の散布図を用いてもっとも困難に直面している国について，その理由とともに話し合いなさい。
 2. 上の散布図を用いてもっとも困難に直面していない国について，その理由とともに話し合いなさい。
 3. 上の散布図を用いて，イギリス（EU ではないが）の名目GDP の変化率が+2.6%であった場合の，GDP に対する債務の変化率について話し合いなさい。
- この「議論」の後で，**回帰直線**に関する導入がなされている。

話し合いや議論を促す探求課題が豊富

イギリス：「説明しなさい」ではなく「批判的に分析しなさい」
批判的な分析を行うことにより推測（インフォーマルな推測）
→結論として問題を解決するための提案

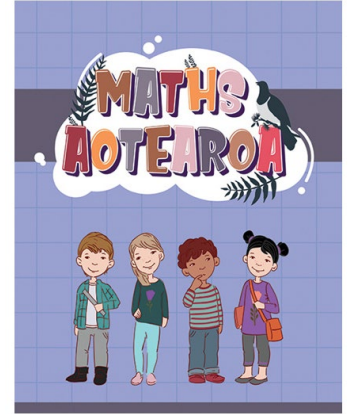
アメリカ：アクティブラーニング重視
問題状況の協調的探求：クラス全体でその探求における数学的アイディアや
原理を分析して抽象化しそれらを適用する活動

ニュージーランド：各単元に探求課題，ExcelファイルをDL
PPDACサイクル（統計的探求サイクル）と題した章
（練習問題，分析事例，分析の結果のまとめ方やレポートの読み方）

ドイツ：中学校までに学習した統計の内容を現実の問題解決に活用する探求学習

ニュージーランドの教科書

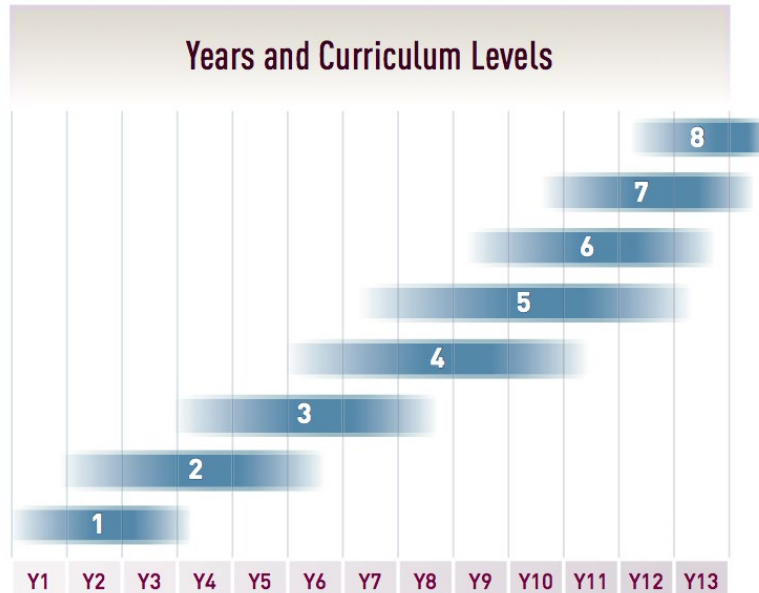
ニュージーランドの初等教育の教科書



Maths Aotearoa：アオテアロア(NZ)の数学

- 国定カリキュラムに準拠
- 科目名「数学と統計」の教科書

国定カリキュラムレベルと学年の対応



資料：NZ教育省 (2015)

Maths Aotearoaのカリキュラムレベル・学年の対応

シリーズ番号	カリキュラムレベル	NZの学年	日本の学年	発行年
1A	レベル1	Y1	幼稚園	2021
1B		Y2	小学校1年生	2021
2a	レベル2	Y3	小学校2年生	2019
2b		Y4	小学校3年生	2019
3a	レベル3	Y5	小学校4年生	2022
3b		Y6	小学校5年生	2022
4a	レベル4	Y7	小学校6年生	2022
4b		Y8	中学1年生	2022

<https://www.edify.co.nz/shop/primary/charlotte-wilkinson>

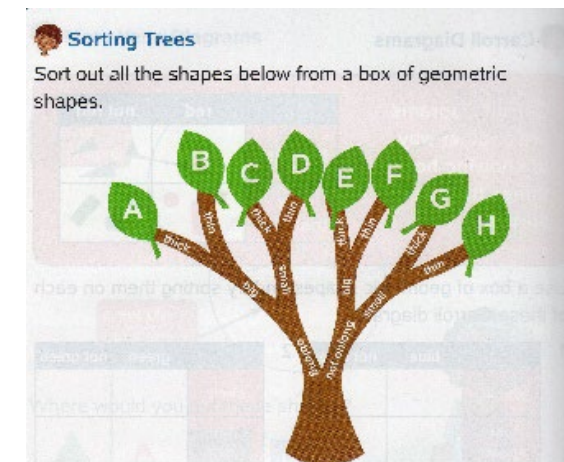
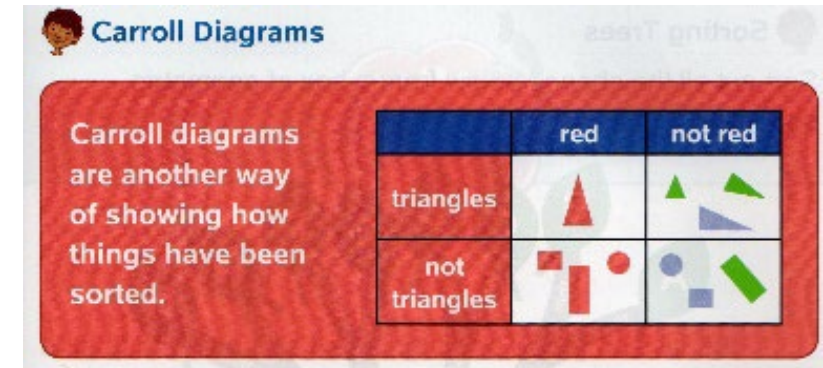
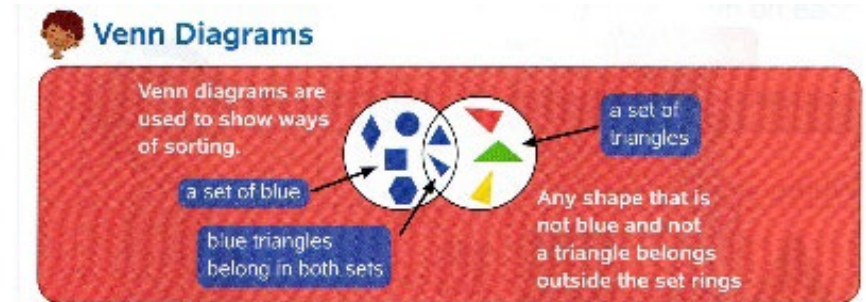
小学校低学年の教科書 (2A)

- 日本の小学校2年生に対応する教科書
- 国定カリキュラムレベル2に準拠

第29章 「データの収集と表示」

第30章 「データの分類」

- ベン図
- クロス表
- 樹形図 を使って図形を種類ごとに分類する方法を学習する



小学校中学年の教科書：3年生（2B）

第29章 「データの並べ替え」

学習目標

- 表にデータを整理して並べ替える
- ICTツールを用いて表を作成する
- データを意思決定や問題解決に活用する

演習：紙またはコンピュータ（WORD, EXCEL）
を使ってデータを整理する

14名の生徒の年齢，誕生日，目の色などのデータを入力

- 11月生まれは女子と男子どちらが多いですか？
- 1番年の小さい男子は12月生まれですか？

Charlotte Wilkinson(2019)

Compare your table with someone else. Are they exactly the same or could they be slightly different?

Look at the following table:

Name	Girl or Boy	Age	Birth Month	Eye Colour
Emily	Girl	16	December	Blue
Kristina	Girl	12	November	Brown
Jonathon	Boy	14	November	Blue
William	Boy	11	April	Blue
Rachel	Girl	15	October	Blue
Emma	Girl	13	May	Brown
Arwen	Girl	11	March	Brown
Bethan	Girl	6	March	Brown
Megan	Girl	11	February	Blue
Julie	Girl	9	February	Blue
Sarah	Girl	8	November	Blue
Nathan	Boy	8	November	Blue
Joshua	Boy	10	January	Brown
Ben	Boy	7	December	Brown

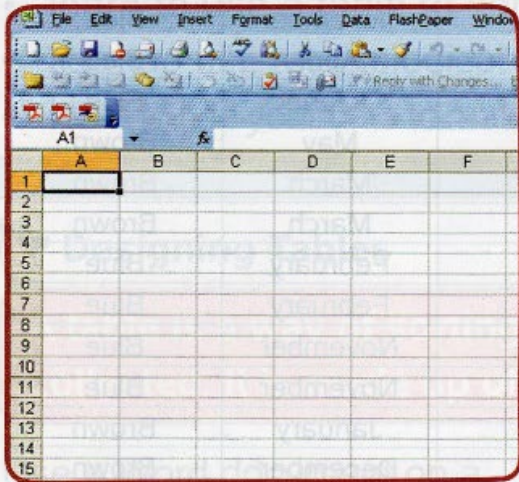
Read each sentence and use the table to say whether the statement is true or false.

- 1 William has blue eyes.
- 2 If you are born in March you have brown eyes.
- 3 There are more boys born in November than girls.
- 4 The oldest person is a girl with blue eyes.
- 5 The youngest person is a boy with brown eyes.
- 6 William was born in April.
- 7 The youngest boy was born in December.
- 8 All eight-year-olds were born in November.

Other ways of sorting help you to see information even more clearly.

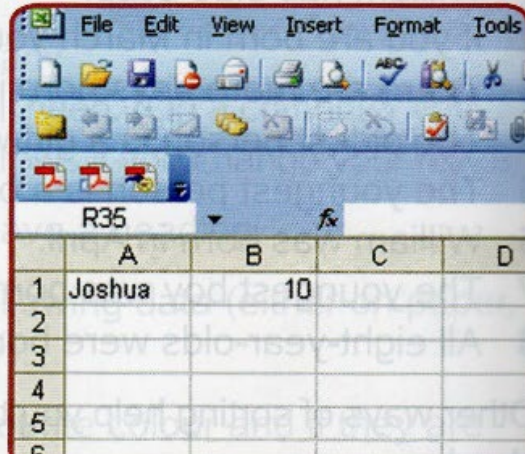
Designing Tables on a Spreadsheet

Open a spreadsheet on a computer. You will see the spreadsheet is made up of columns and rows like a table. Each space in the table is called a cell.

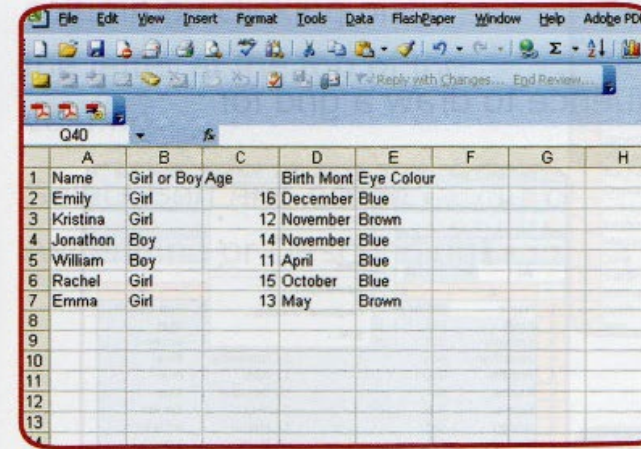


You can type words or numbers in each cell.

Type your name in one cell and your age in another cell. What do you notice?

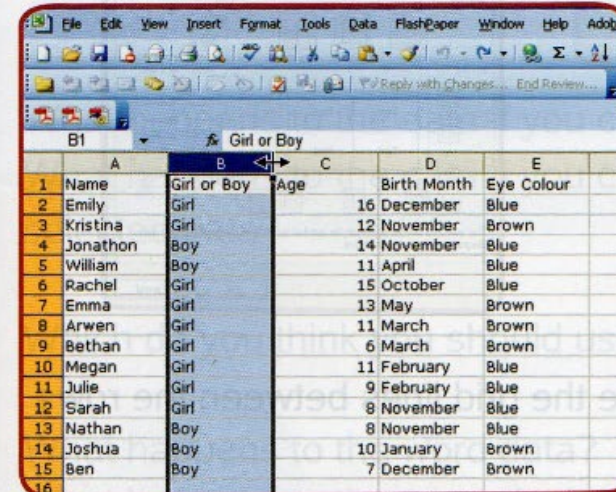


Type the information of the first 7 rows of the table on page 191 onto a spreadsheet.

A screenshot of a spreadsheet application showing a grid with data entered. The columns are labeled A through H, and the rows are numbered 1 through 13. The data entered is as follows:

	A	B	C	D	E	F	G	H
1	Name	Girl or Boy	Age	Birth Month	Eye Colour			
2	Emily	Girl	16	December	Blue			
3	Kristina	Girl	12	November	Brown			
4	Jonathon	Boy	14	November	Blue			
5	William	Boy	11	April	Blue			
6	Rachel	Girl	15	October	Blue			
7	Emma	Girl	13	May	Brown			
8								
9								
10								
11								
12								
13								

Place the cursor between the letters on the top row, then click and drag to widen the columns if necessary.

A screenshot of a spreadsheet application showing a grid with data entered. The columns are labeled A through E, and the rows are numbered 1 through 16. The data entered is as follows:

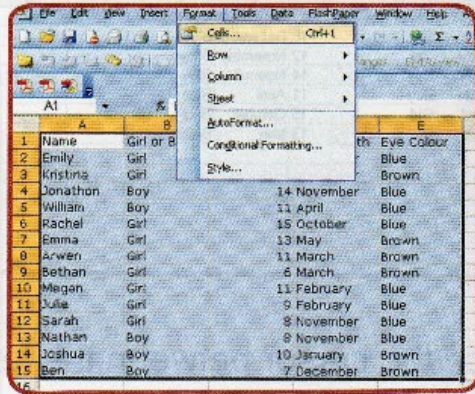
	A	B	C	D	E
1	Name	Girl or Boy	Age	Birth Month	Eye Colour
2	Emily	Girl	16	December	Blue
3	Kristina	Girl	12	November	Brown
4	Jonathon	Boy	14	November	Blue
5	William	Boy	11	April	Blue
6	Rachel	Girl	15	October	Blue
7	Emma	Girl	13	May	Brown
8	Arwen	Girl	11	March	Brown
9	Bethan	Girl	6	March	Brown
10	Megan	Girl	11	February	Blue
11	Julie	Girl	9	February	Blue
12	Sarah	Girl	8	November	Blue
13	Nathan	Boy	8	November	Blue
14	Joshua	Boy	10	January	Brown
15	Ben	Boy	7	December	Brown
16					

Charlotte
Wilkinson(2019)

When all your data is in the table, use the cursor to left click and drag across the table from top left to bottom right to highlight the whole table.

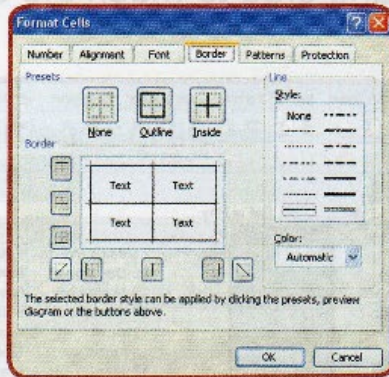
Click on the following sequence to draw a grid for your table.

Click Format



Click Cells

Click Borders



Click Outline and Inside

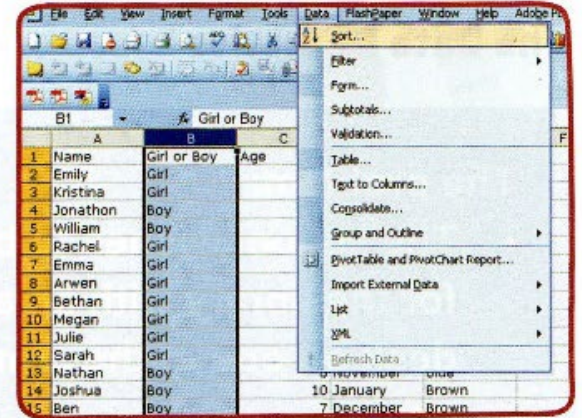
Click OK.

Your table should now have the grid lines between the rows and columns drawn in.

Using a table on a spreadsheet allows you to sort your data in the table.

Using the icons  you can sort the data in a column.

Select the 'Girl or Boy' column by clicking on the letter at the top of the column.



Select Sort and either Ascending or Descending.

You will be asked whether you want to expand the selection.



What happens to the data if you choose yes?

What happens to the data if you choose to use just the selected data?

Which do you think you should use, and why?

What happens to the word data?

What happens to the numerical data?

Charlotte
Wilkinson(2019)

小学校中学年の教科書：3年生（2B）

第29章「データの並べ替え」の探求課題

Charlotte Wilkinson(2019)

■問題

学校では図書館用の**机付きの椅子の購入を検討**しています。右側に机がついている椅子は右利きの人には使いやすいですが、左利きの人には少し不便です。もし学校が合計30客の椅子を購入するとしたら、**右側に机がついている椅子と左側に机がついている椅子、それぞれ何脚ずつ購入すべきでしょうか。**左利きの人の方が少ないことはわかっていますが、実際には何人なのでしょう。

■調査の計画

- 収集すべき情報は何か。そしてそれをどのように集めますか？
- あなたのクラスをはじめのサンプルとして使いましょう
- 他のクラスは別のデータセットになるでしょう
- 複数組のデータを使うことがなぜ良いのか考えましょう

The Data Detective

The problem:

- The school wishes to buy chairs for the library with an attached desk on one of the arms of the chair.
- If the desks are attached on the right-hand arm this is fine for right-handed pupils but not very good for the left-handed pupils.
- If the school is going to buy a total of 30 desks, how many should have the desk on the right and how many should have the desk on the left? We know there are fewer left-handed children than right-handed children, but how many of each?

Planning the Investigation

What information do you need to collect and how are you going to collect it?

Use your class as a first sample of children. Use another class to give another set of data. You could use all the classes in your school.

Consider why it is a good idea to use multiple sets of data.

Data Collection

Collect your data.

Analysis

Sort your data into a table. Think about the headings for your columns and rows. Look for any patterns or trends in the data.

Conclusion

Use your data to make a decision about how many chairs the school should buy with the desk on the right and how many chairs it should buy with desks on the left. Is there any other information that may have been useful to collect to help you make a decision?

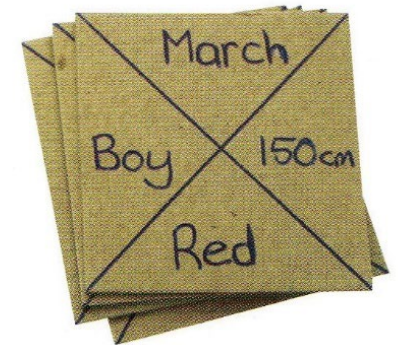
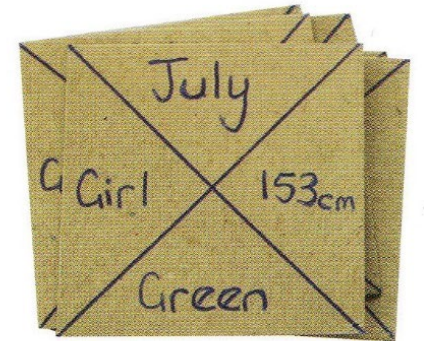
小学校中学年の教科書：4年生(3A)

第30章「データの収集と表示」

• PPDACのサイクルのData

• 集めたデータをドットプロット，幹葉図を用いて視覚化 多変量のデータを種類ごとに並べ替える

- カードを使う
- 性別，誕生月，身長，好きな色の4項目を記載
- 並べ替えを行い，問に答える
 - ① 6月に生まれた男子生徒は何人ですか
 - ② 最も身長の高い生徒は男子生徒ですか女子生徒ですか
 - ③ 黄色が好きな女子生徒は何人ですか
 - ④ 身長が1番小さい女子生徒が生まれた月は何月ですか
 - ⑤ 1番身長の高い男子の好きな色は何でしょう
 - ⑥ 赤が好きな6月生まれの人は何人ですか
 - ⑦ 5月に生まれた男子生徒のうちブルーが好きではない人は何人ですか



小学校高学年の教科書：5年生(3B)

第29章「データの収集と表示と読み取り」

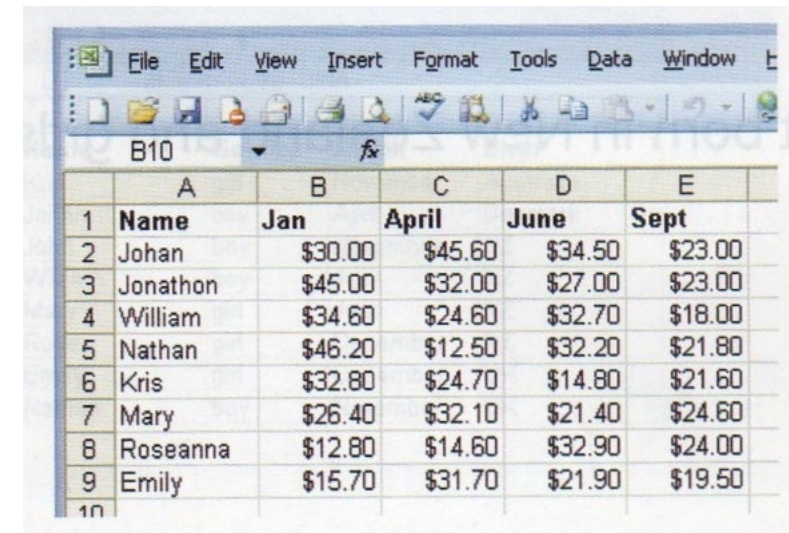
- 収集したデータから様々な**グラフ表現**などを学習する
- グラフから適切な**読み取り**
- データをもとに**結論をまとめる**

探求課題：小説等の文章で以下の2点を調査する。

- アルファベット「e」は最も使用される母音である
- アルファベット「s」は最も使用される子音である

第30章「コンピュータを使った統計」

- スプレッドシートにデータを入力して並べ替え
- **データの整理・集計**の方法を学ぶ



	A	B	C	D	E
1	Name	Jan	April	June	Sept
2	Johan	\$30.00	\$45.60	\$34.50	\$23.00
3	Jonathon	\$45.00	\$32.00	\$27.00	\$23.00
4	William	\$34.60	\$24.60	\$32.70	\$18.00
5	Nathan	\$46.20	\$12.50	\$32.20	\$21.80
6	Kris	\$32.80	\$24.70	\$14.80	\$21.60
7	Mary	\$26.40	\$32.10	\$21.40	\$24.60
8	Roseanna	\$12.80	\$14.60	\$32.90	\$24.00
9	Emily	\$15.70	\$31.70	\$21.90	\$19.50
10					

小学校高学年の教科書：6年生（4A・4B）

4A 日本の6年生

第22章「時系列グラフ」

- 時系列グラフを正しい読み取り
- グラフの内容に応じてデータが急激に変化する原因を検討する読み取りのポイントとして、
 - 外れ値
 - 急激な変化
 - 長期的傾向（トレンド）
 - 季節的なパターンや周期 について学習する。

第23章「グラフの読み取り」

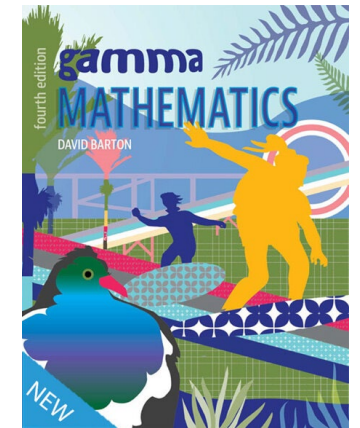
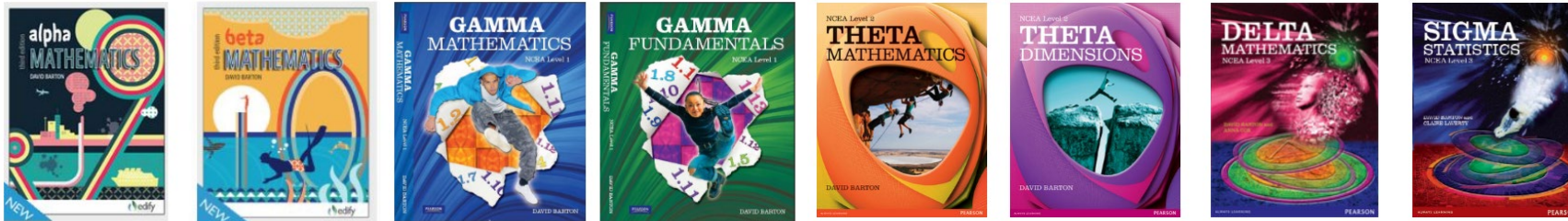
4B 日本の中学1年生

第22章「Working with the Data」

- 円グラフ，割合の比較
- 平均，中央値，最頻値，範囲，クラスター，外れ値
- 背中合わせの幹葉図で男女の比較，クラス間の比較

第23章「Using the Statistical Enquiry Cycle」

中等教育の教科書：David Barttonシリーズ



理工系
非理工系
理工系
非理工系
理工系
非理工系

Pearson社の教科書のタイトル		カリキュラムレベル	N Zの学年	日本の学年	備考
Alpha		レベル4・5	Y9	中学2年生	684ページ(66)
Beta		レベル5	Y10	中学3年生	750ページ(107)
理工系 非理工系	Gamma Mathematics	レベル5・6 NCEA Level1	Y11	高校1年生	応用・統計少
	Gamma Fundamentals				基礎・統計多 440ページ (115)
理工系 非理工系	Theta Mathematics	レベル7 NCEA Level2	Y12	高校2年生	微積重視
					Theta Dimensions
理工系	Delta Mathematics	レベル8 NCEA Level3	Y13	高校3年生	微積
非理工系	Sigma Statistics				統計

必修はlevel6まで
カッコ内は統計のページ数

インフォーマルな推論

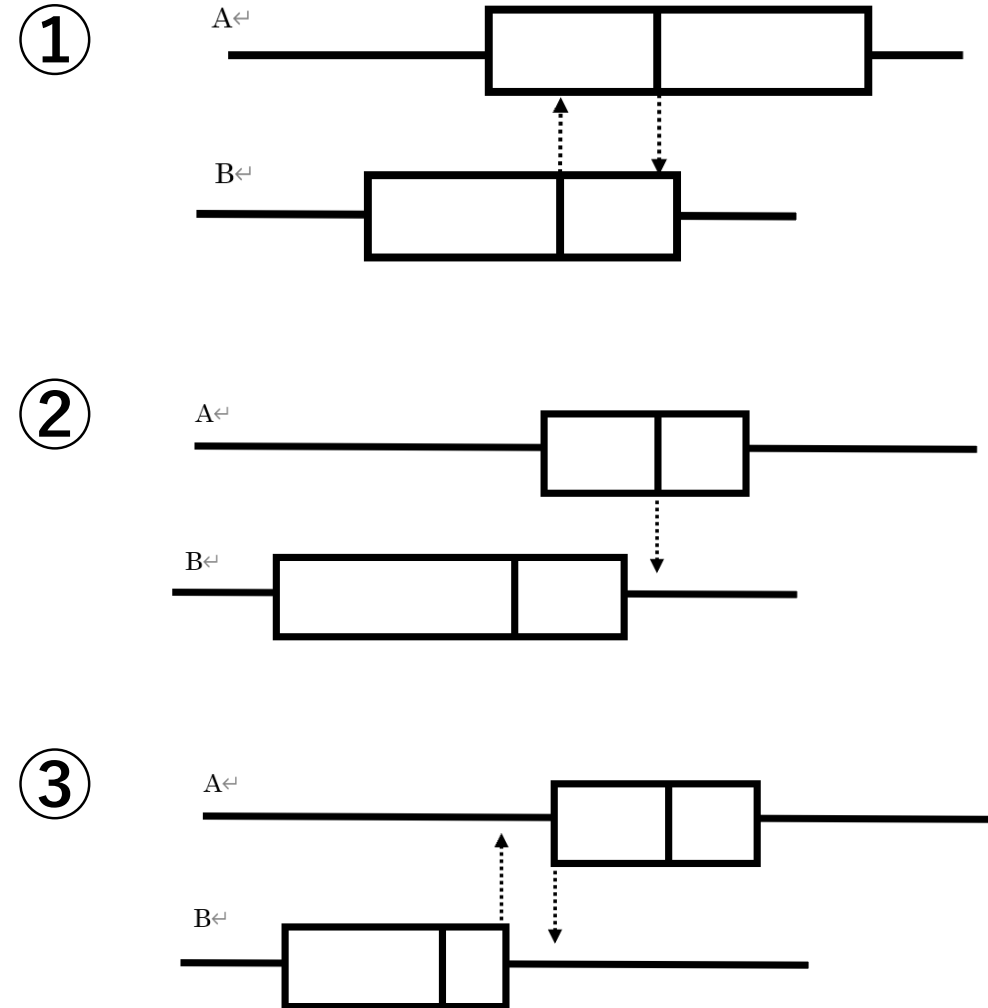
学年	内容
中学2年生(alpha)	経験的確率からの予測
中学3年生(beta)	箱ひげ図の中央値の位置から推測
高校1年生(gamma)	箱の範囲に対する中央値の差から推測
高校2年生(theta)	インフォーマルな信頼区間を用いた推測 標本の中央値 $\pm 1.5 \times \frac{\text{四分位範囲}}{\sqrt{\text{標本の大きさ}}}$
高校3年生(sigma)	ブートストラップ法による再標本を用いた推論 フォーマルな信頼区間を用いた推論

箱ひげ図を用いたインフォーマルな推測

中央値と箱の位置関係

- ① 中央値が他方の箱の中に納まる場合
→Aの方がBより大きいとは判断できない
- ② 中央値が他方の箱の外に位置する場合
→Aの方がBより大きい傾向がある
- ③ 箱が重ならない場合
→Aの方がBより大きい傾向がある

※外れ値の影響を排除するために、箱の内側のみに着目

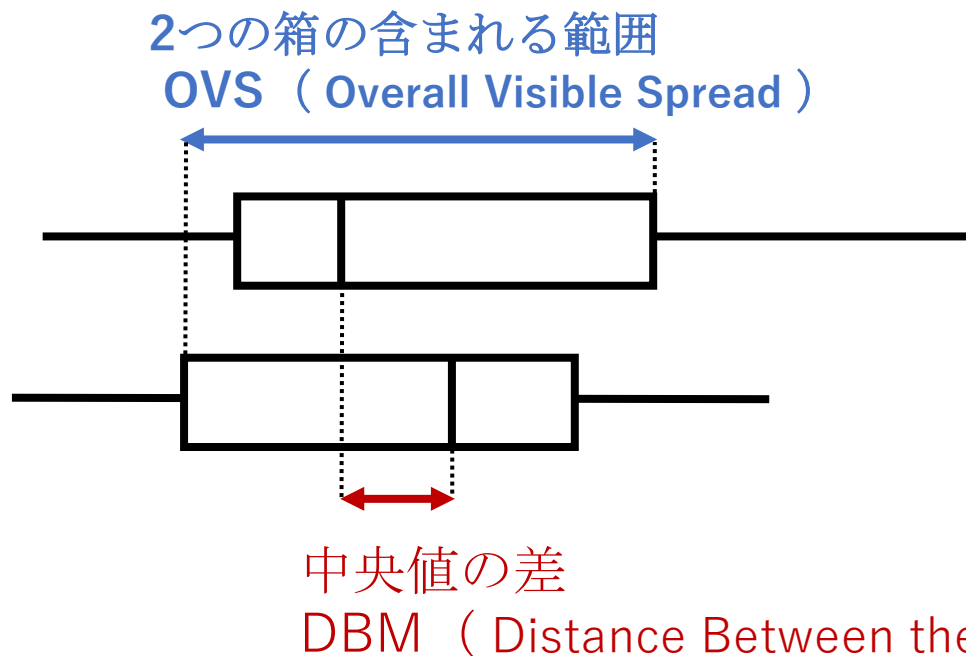


箱ひげ図を用いたインフォーマルな推測

箱の幅と中央値の差の関係

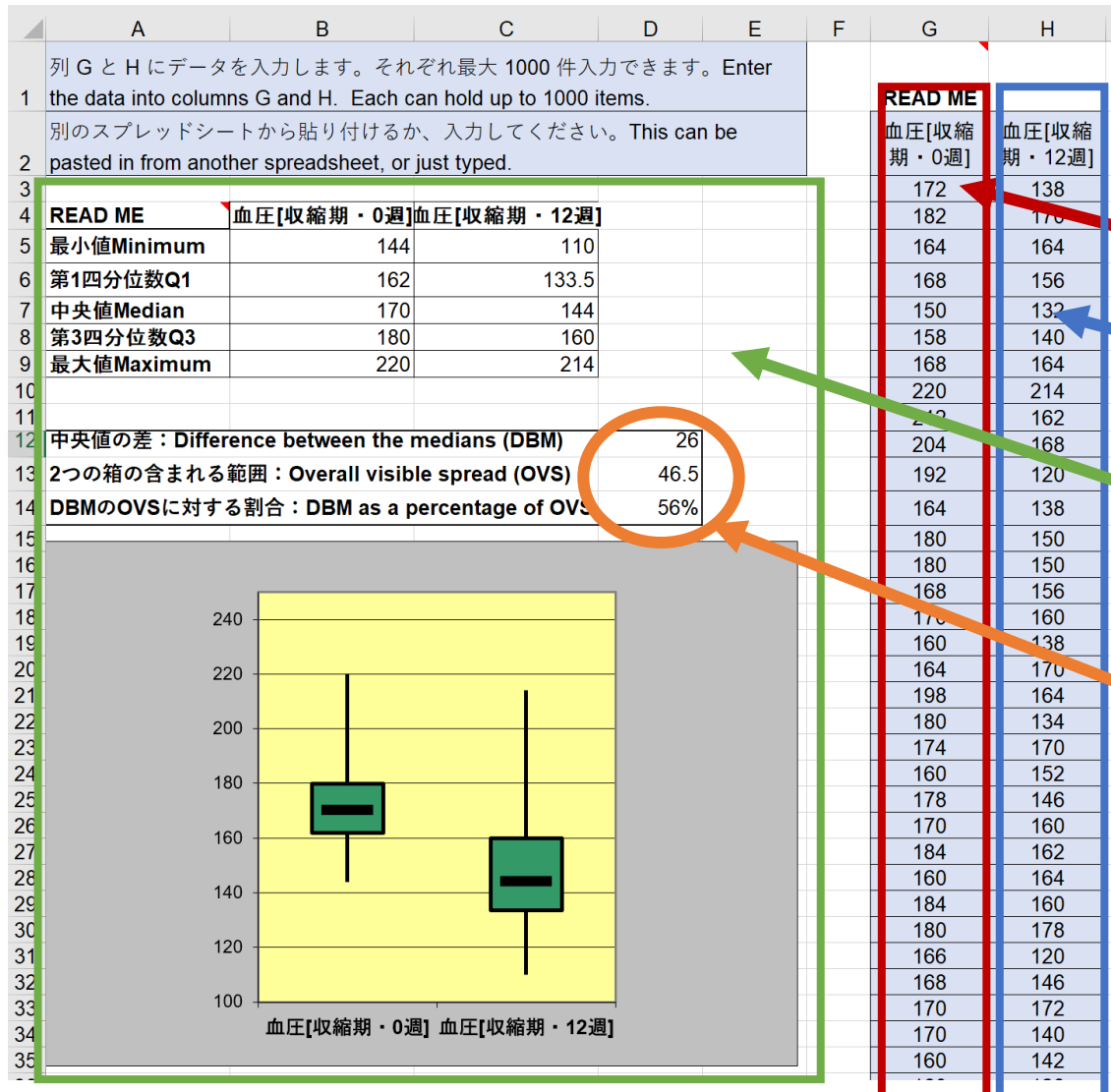
母集団に対して「一方は他方より大きい」と主張するために、箱ひげ図を比較

「中央値の差」と「2つの箱の含まれる範囲」に着目する



標本の 大きさ	母集団に対して 「一方は他方より大きいまたはその逆傾向がある」
30	$DBM > 1/3 OVS$ か DBM の OVS に対する割合 $> 33\%$
100	$DBM > 1/5 OVS$ か DBM の OVS に対する割合 $> 20\%$
1000	$DBM > 1/10 OVS$ か DBM の OVS に対する割合 $> 10\%$

箱ひげ図を用いたインフォーマルな推測 Excel



READ ME	収縮期・0週	収縮期・12週
	172	138
	182	170
	164	164
	168	156
	150	132
	158	140
	168	164
	220	214
	212	162
	204	168
	192	120
	164	138
	180	150
	180	150
	168	156
	170	160
	160	138
	164	170
	198	164
	180	134
	174	170
	160	152
	178	146
	170	160
	184	162
	160	164
	184	160
	180	178
	166	120
	168	146
	170	172
	170	140
	160	142

- グループAのデータ (1000件まで)
- グループBのデータ (1000件まで)
- 箱ひげ図のもととなる数値
- DBM
- OVS
- DBMのOVSに対する割合

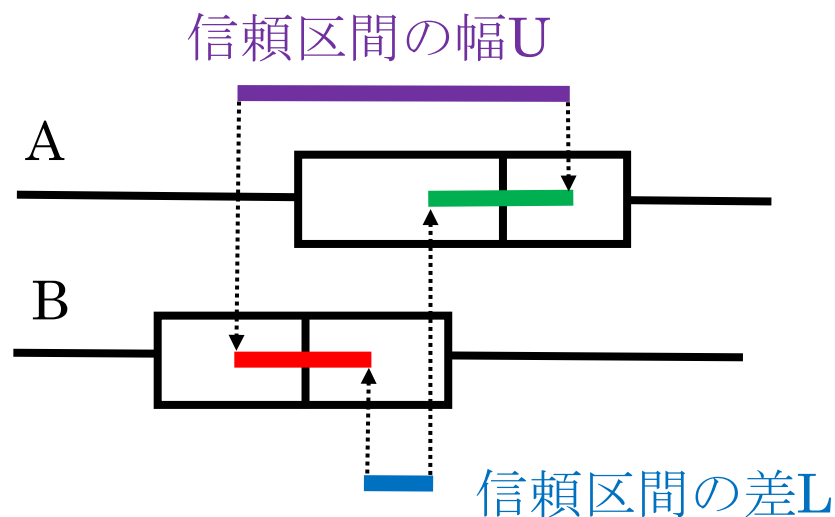
箱ひげ図（5数要約）と信頼区間

【母集団の中央値に関するインフォーマルな信頼区間】

$$\text{標本の中央値} \pm 1.5 \times \frac{\text{四分位範囲}}{\sqrt{\text{標本の大さき}}}$$

※母集団の中央値の90%の信頼区間のおおよその値で推測を行う

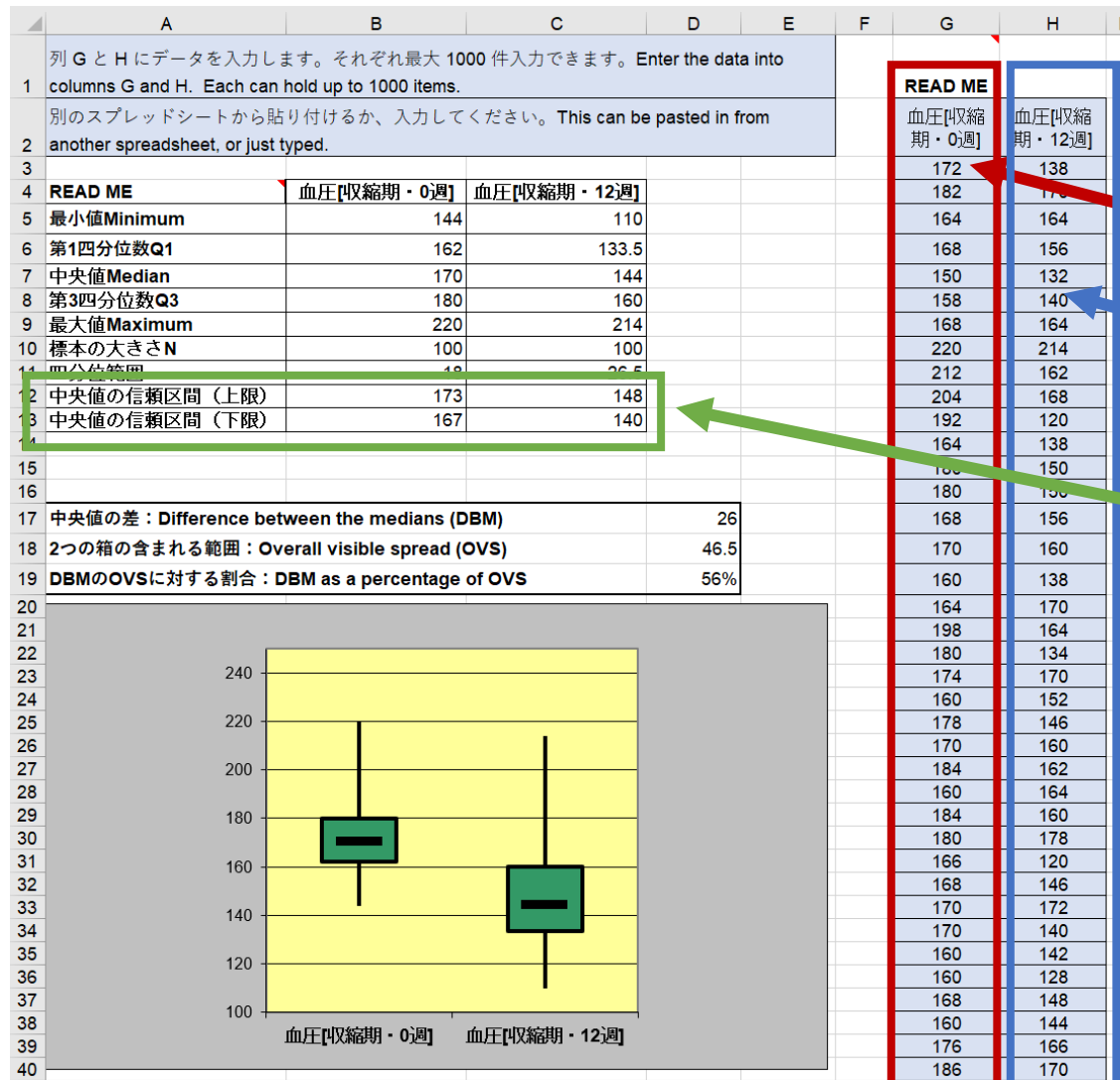
【インフォーマルな信頼区間を用いた推論】



信頼区間の差L(青の範囲)が
差L > 0
ならば母集団Aの中央値はBより大
きいと判断できる

箱ひげ図（5数要約）と信頼区間

Excelで中央値の信頼区間



グループAのデータ（1000件まで）

グループBのデータ（1000件まで）

中央値の信頼区間

ブートストラップ法を用いた推論①

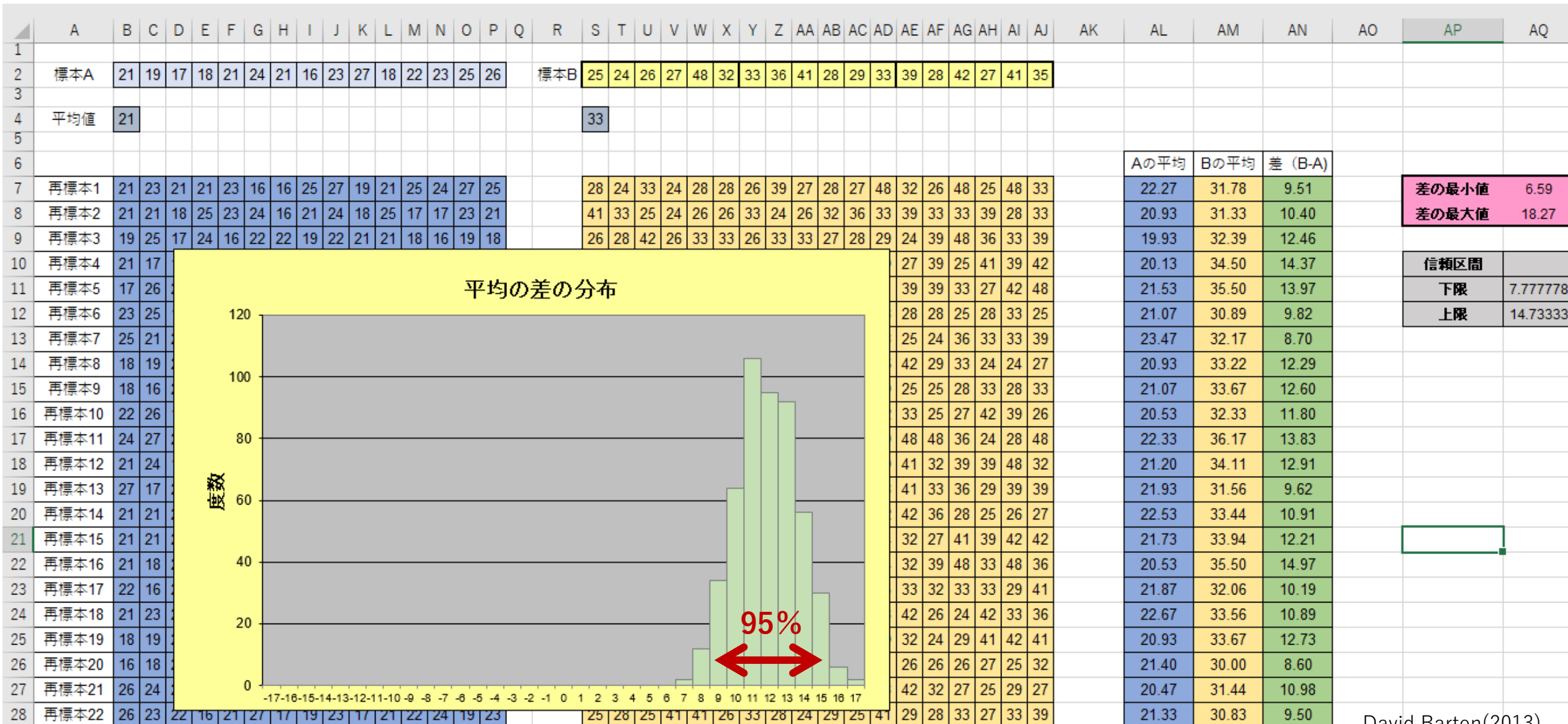
標本	169	170	177	170	185	165	171	132	181	188	150	185	171
	167	180	150	183	180	191	165	196	187	172	172	175	

←標本の大きさ：25

- ①標本データから**1000回再標本**を抽出する
- ②抽出した再標本すべてにつき中央値を計算する
- ③信頼区間の上限を計算する(1000個の中央値のうち**上位26番目(2.5%)の値**)
=SMALL(\$R\$6:\$R\$1005,26)
- ④信頼区間の下限を計算する(1000個の中央値のうち**下位26番目(2.5%)の値**)
=LARGE(\$R\$6:\$R\$1005,26)

	A	B	C	D	E	F	G	H	I	J	K	L	M	N	O	P	Q	R	S	T	U	V
1	Census@School_Armspan(高校1年生)																					
2	標本	169	170	177	170	185	165	171	132	181	188	150	185	171	167	180	150	183	180	191	165	196
3	中央値	172																				
4	標本の大きさ	25																				
5																						
6	再標本1	170	171	132	165	181	180	170	177	167	169	185	172	132	171	175		中央値		中央値の範囲		
7	再標本2	185	185	172	181	181	150	171	187	172	171	196	171	181	170	172		171		165	~	187
8	再標本3	171	165	180	175	132	171	196	180	170	132	165	175	150	180	150		171		中央値の95%信頼区間		
9	再標本4	169	132	180	171	180	185	180	191	185	132	170	185	187	150	191		180		169	~	183
10	再標本5	183	167	172	172	171	172	187	170	185	191	183	165	188	196	167		172				

ブートストラップ法を用いた推論②



まとめ

■諸外国の教科書のデジタル化，アプリ活用の状況と課題

スライド提示→教科システム、教材の評価、教員の役割

■諸外国の教科書のデータの活用関連の共通点

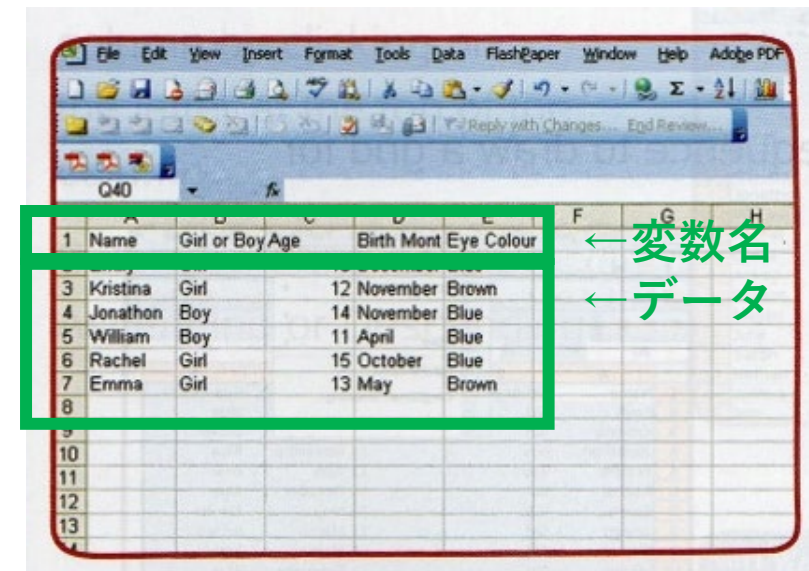
非理工系用教科書、探求課題が豊富、統計的確率

■ニュージーランドの統計教育

- ICTツール（Excel）の使用（小学校3年生から）
- インフォーマルな推論

■教育DX推進とデータ分析

- コンピュータでデータを扱う基礎的スキル
- データを読む力
- 推測、判断、意思決定につながる統計リテラシ
- 教科書・教材の充実



	F	G	H		
1	Name	Girl or Boy	Age	Birth Mont	Eye Colour
3	Kristina	Girl	12	November	Brown
4	Jonathon	Boy	14	November	Blue
5	William	Boy	11	April	Blue
6	Rachel	Girl	15	October	Blue
7	Emma	Girl	13	May	Brown
8					
9					
10					
11					
12					
13					

Charlotte Wilkinson(2019)

参考文献

西村他 (2022), 算数・数学の教科書の世界的潮流に関する調査研究

(<https://textbook-rc.or.jp/wp-content/uploads/2022/10/80160bf7b38e4d1fd6ab6aa113f8bd3e.pdf>)

NZ教育省(2015), The New Zealand Curriculum, Year and Curriculum Levels, (<http://nzcurriculum.tki.org.nz/The-New-Zealand-Curriculum>)

Charlotte Wilkinson(2019), Maths Aotearoa 2A Student Book, Edify

Charlotte Wilkinson(2022), Maths Aotearoa 3B Student Book, Edify

Charlotte Wilkinson(2022), Maths Aotearoa 3A Student Book, Edify

Charlotte Wilkinson(2022), Maths Aotearoa 4A Student Book, Edify

Charlotte Wilkinson(2022), Maths Aotearoa 4B Student Book, Edify

David Barton(2017), Alpha Mathematics, Edify

David Barton(2019), Beta Mathematics, Edify

David Barton(2011), Gamma FUNDAMENTALS NCEA Level1, PEARSON

David Barton(2012), Theta DIMENSIONS NCEA Level2, PEARSON

David Barton(2013), Sigma STATISTICS NCEA Level3, PEARSON

Heinz Boer,Sabine Kliemann,Regina Puscher,Sabine Segelken,Wolfram Schmidt,Michael Trapp, Rudiger Vernay Ernst Klett Verlag Gmbh,Stuttgart (2006),mathe live 5~10, Klett

Hirsch, C. R., Hart, E. W., Watkins, A. E., Ritsema, B. E., with Fey, J. T., Walker, R. K., Keller, B. A., & Laser, J. K. (2016) . Transition to college mathematics and statistics. Columbus, OH: McGraw-Hill Education.

Hirsch, C. R. (2016) . Print and Digital Curriculum Design in the U. S.: The Case of Transition to College Mathematics and Statistics. 13th International Congress on Mathematical Education, July 24-31, Hamburg, Germany.

Helen Ball., Peter Ransom (2006), AQA Level3 Certificate Mathematical Studies, Harper Collins UK.