

実社会・実生活での論理的思考の普及・改善 を意図した初等統計教育について

近藤 智
(金城学院大学非常勤講師)

1

1. はじめに

～統計教育に関連して大学生、社会人に思うこと

- (1) 母集団とサンプルの区別がついていない
(例)・サンプル調査結果の安易な一般化
・サンプリング誤差への理解や認識の欠如
・サンプリング方法への注意深さの欠如
・母集団に基づく調査結果への統計的推測の適用
- (2) (不確実性を伴う推論に基づく)論理的思考の欠如
・「現実世界での論理」は「数学の論理」とは異なることへの理解不足→「世の中理屈じゃない」等不合理な土壌形成
→空気に流されやすい社会。進展なき議論(堂々巡り)
・統計教育を通じて「現実世界での推論」について理解し、
現実世界での論理的思考を育む意義は大きい。

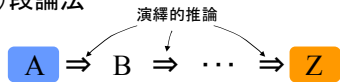
～本稿では、(2)について取り上げる～

2

2. 数学の論理と実社会・実生活での論理

(1) 数学の論理

- ・前提と推論が正しければ唯一の結論が必ず(100%)成立
(例)三(多)段論法



(2) 実社会・実生活での(現実世界での)論理

- ・「全く成立しない(0%)わけではないが、100%成立するわけでもない推論」に基づく。
- ・論理の連鎖の過程で、実現を期待する最終結論の実現可能性は減少(それ以外の結論の実現可能性は増加)
- ・各推論の成立する可能性は具体的にどれくらいか、正確には知り得ない。
- ・可能性の見積もりと、その精度は、人によって異なる。

(3) 例:風が吹けば桶屋が儲かる ～『世間学者気質』より

- 大風が吹く
- ⇒ 土埃が立つ
- ⇒ (土埃が目に入り)失明者が増える
- ⇒ 三味線弾きが増える
- ⇒ 三味線の需要が増える
- ⇒ 三味線の原料であるネコの需要が増える
- ⇒ ネコが減る
- ⇒ ネズミが増える
- ⇒ 増えたネズミによって多くの桶がかじられる
- ⇒ 桶の買い替え需要が増える
- ⇒ 桶屋が儲かる

(他の例)

金融緩和⇒市中のお金増加⇒物価上昇⇒消費拡大

4

3. 実社会・実生活での論理を展開する利点と留意点

【利点】

- (1) 思考過程の自他に対する明示
 - ・論理の妥当性の自己チェック。思考の堂々巡りの排除
 - ・他者との意思疎通や相互理解の改善
- (2) 論理の改善
 - ・弱い推論に関し、他者から助言を得られる可能性
- (3) リスクの認識と事前準備
 - ・実現を期待する結論が実現しない場合への認識と対応
- (4) 起きた事象との対照による論理の検証
 - ・想定コース通りか否かの経過確認。方針変更もしやすい。

5

【留意点】

- (1) 「数学の論理」との取り違え
 - ・実社会・実生活での論理は通常、複数の結論を導く。
 - ・期待する結論が実現する可能性は、100%ではない。
- (2) 期待する結論以外を含めた諸結論の実現可能性
 - ・各可能性について、信頼性を含めて慎重に考察する必要
- (3) 期待する結論が実際には起こらなかった場合の考え方
 - ・「論理的思考を身に付けても無駄だった」と後悔されるようではいけない。
 - ・確率も、特定の結果を当てる技法と誤解されがちだが、
実社会・実生活での論理的思考も確率の知識と同様に、
「論理的思考に基づく判断が裏目に出ることもあるが、
長い目でみれば有利に働く」と理解される必要。

6

4. 初等統計教育における具体的展開

(Ⅰ)「数学の論理と実社会・実生活での論理」について、数値例を用いて視覚的に説明



(Ⅱ)「風が吹けば桶屋が儲かる」の例を示し、学生(生徒)に自分なりの論理を展開させる



(Ⅲ) 期待した結論が実際には起こらなかったとした場合



(Ⅳ) 全体の授業のまとめ

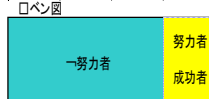
【(Ⅰ)の補足(1)】

「努力者⇔成功者」「努力」は「成功」のための必要十分条件が真である場合

- ①原命題(真): 努力者⇒成功者 (努力している人は例外なく成功者だ。⇒「努力は必ず報われる」)
- ②対偶(真): ¬成功者⇒¬努力者 (成功していない人は例外なく努力していない)
- ③逆(真): 成功者⇒努力者 (成功している人は例外なく努力者だ。⇒「成功するには努力が必要」)
- ④裏(真): ¬努力者⇒¬成功者 (努力していない人は例外なく不成功者だ。⇒「努力しないのに成功する筈がない」)

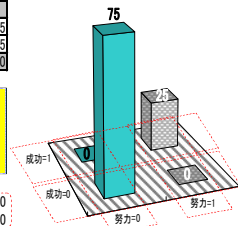
(数値例)

	成功=0	成功=1	小計
努力=0	75	0	75
努力=1	0	25	25
小計	75	25	100



□条件付き確率

- ① P(成功=1 | 努力=1) = 25 / 25 = 1.00
- ② P(努力=0 | 成功=0) = 75 / 75 = 1.00
- ③ P(努力=1 | 成功=1) = 25 / 25 = 1.00
- ④ P(成功=0 | 努力=0) = 75 / 75 = 1.00



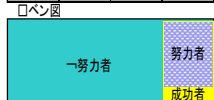
【(Ⅰ)の補足(2)】

「努力者⇒成功者」「努力」は「成功」のための十分条件が真である場合

- ①原命題(真): 努力者⇒成功者 (努力している人は例外なく成功者だ。⇒「努力は必ず報われる」)
- ②対偶(真): ¬成功者⇒¬努力者 (成功していない人は例外なく努力していない)
- ③逆(真偽不明): 成功者⇒努力者 ※逆は真偽不明(成功している人の中に努力していない人がいる可能性がある)
- ④裏(真偽不明): ¬努力者⇒¬成功者 ※裏は真偽不明(努力していない人の中に成功している人がいる可能性がある)

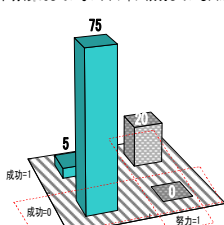
(数値例)

	成功=0	成功=1	小計
努力=0	75	5	80
努力=1	0	20	20
小計	75	25	100



□条件付き確率

- ① P(成功=1 | 努力=1) = 20 / 20 = 1.00
- ② P(努力=0 | 成功=0) = 75 / 75 = 1.00
- ③ P(努力=1 | 成功=1) = 20 / 25 = 0.80
- ④ P(成功=0 | 努力=0) = 75 / 80 = 0.94



【(Ⅰ)の補足(3)】

「努力」が「成功」のための必要条件でも十分条件でもない場合(現実世界での論理)

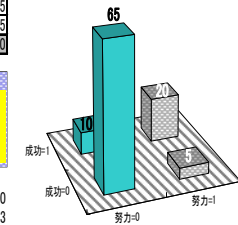
(数値例)

	成功=0	成功=1	小計
努力=0	65	10	75
努力=1	5	20	25
小計	70	30	100



□条件付き確率

- P(成功=1 | 努力=1) = 20 / 25 = 0.80
- P(努力=0 | 成功=0) = 65 / 70 = 0.93
- P(努力=1 | 成功=1) = 20 / 30 = 0.67
- P(成功=0 | 努力=0) = 65 / 75 = 0.87
- (参考) P(成功=1 | 努力=0) = 10 / 75 = 0.13
- P(成功=0 | 努力=1) = 5 / 25 = 0.20



【(Ⅱ)の補足(1)】

(1) 推論は思考の要

- ・賢明な思考とは、「極力確証の高い推論すなわち知識、なるべく多く自分の引き出しに蓄え、それらを必要に応じてうまく組み合わせ、期待する結論以外を含めたありうる結論を導き、その結果を判断や意志決定に活用すること」であると言える。
- ・ただし、現実世界には法則と呼べる知識はほとんどない。

(2) 初等統計教育による貢献

- ・統計学の活用は、期待する結論の実現する可能性が例えば80%なのかそれとも40%なのかについての確証を高め、ひいては判断を改善させる。
- ・良質な情報を収集し分析すれば、「当てずっぽう」などの場合と比べて確証がより高い推論を入手する。
- ・こうした活用で、ビジネス、スポーツも含め適用範囲は広がる。

【(Ⅱ)の補足(2)】学生(生徒)なりの論理: 例

～勉強すれば・・・

A君の論理

勉強する→偏差値が上がる→いい学校に入れる

Bさんの論理

勉強する→知識が身に付く→おもしろい

C君の論理

勉強する→すぐに眠れる

Dさんの論理

勉強する→お母さんがよろこぶ

勉強する→テストの点があがる→お母さんがもっとよろこぶ

勉強する→P(お母さんがよろこぶ | 機嫌がよい) = 1

実社会・実生活での論理的思考の普及・改善を意図した初等統計教育について

近藤 智（金城学院大学非常勤講師）

1 はじめに

筆者は大学卒業後に電信電話会社に就職し、その後経済学（応用計量経済学）の大学院進学を経て、現在は民間シンクタンクで勤務する。その傍ら、大学などで初等統計学や多変量解析を教えている。

20年間ほどの社会人生活の中で、仕事上の基本スキルとして最も重要と感じられたのは、論理的な思考力である。これは言うまでもなく、客への提案、新商品・サービスの開発、プロジェクトの計画、問題解決等々の様々な場面で、的確に判断するための基本力となる。もちろん、仕事にとどまらない。実生活における日常の小さな判断から、原発問題、対外問題等の社会問題に対する自身の意見構築に至るまで、個人にとって、また社会にとって、ロゴスはまさに万事の基礎であると言っても大仰ではないであろう。

それでは、論理的思考力を涵養するにはどうすればよいだろうか。「論理と言えは数学。論理的思考を身に付けるには数学を学べ」と薦める識者は多い。しかし、後述するように、数学で用いられる論理とは、「前提と推論が正しければ結論は必ず正しい」というシンプルな論理である。この中核にあるのが、例外なく（100%）成立する演繹的推論である。

それに対し、実社会あるいは実生活にあって我々は、真偽の判然としない情報に基づき、不確実性を伴う

（100%成立するとは限らない）推論を用いて思考し、判断せざるを得ない。その結果、価値判断を伴わない問題に対しても、人々の間で意見・判断の分かれることが普通になる。さらには、最も妥当な論理に基づく意見・判断が結果として間違い、最も稚拙と思われた意見・判断が結果として当たるということも起こりうる¹。これらは、数学の場合とは全く異なる性質である。

数学の論理は、実社会・実生活における論理の最もシンプルな場合であると言える。したがって、実社会・

実生活で役に立つ論理的思考力を身に付けるには、より多くの基礎的事項に配慮されなくてはならない。

この複雑さのため、世の中理屈じゃない等々というように、我々は論理的思考に対して「イソップのすっぱいぶどう」のような態度を示しがちである²。しかし、古代ギリシャ哲学の素地もない我々日本社会では、論理的思考の基礎をそもそも欠いている。合理よりも場当たり的な労力のほうが重んじられがちで、雰囲気や空気にも流されやすい我々の特質に鑑みると、こうした状態の放置は不経済であるばかりか、社会におけるリスク要因であり続けているとさえ指摘できる。したがって、これを改善する価値は甚大であると考ええる。

さて、それでは改めて、できるだけ多くの人々が「実社会・実生活での論理的思考」の性質や方法について学び身に付けるには、どうすればよいだろうか。筆者は、初等統計教育の入門段階こそがその機会であると考ええる。実社会・実生活での論理的思考の中核となる不確実性を伴う推論は頻度・ベイズの流儀を問わず統計学が扱う中心テーマの1つであり、また基礎数学における論理は演繹的推論に特化しているためである。

以上の理由により本稿では、標題に関する考え方をさらに詳述したうえで、その初等統計教育への具体的展開について報告する。

2 数学の論理と実社会・実生活での論理

数学の論理とは、先述したように基本的には「前提と推論が正しければ結論は必ず正しい」種類の論理である。例えば「 $x > 5$ かつ $y = x - 5 \Rightarrow y > 0$ 」「 $y > 0 \Rightarrow z > 1$ 」の各論理すなわち前提と推論（ \Rightarrow ）がそれぞれ正しいとした場合、「 $x = 6$ かつ $y = 1 \Rightarrow z > 1$ 」という推論も正しい。また、容易に想像できるように、このような論理が連鎖する場合、それがどれほど長くなろうとも、最終的な結論は100%成立する。

¹ 実際、例えば、価値観を伴わない種類の経済問題に対しても解決案が百出したり、大掛かりで入念な経済予測が素朴な予測に負けたりすることは珍しくない。

² 一方、演繹的推論に浸りきった「数学に強い人」の中には、不確実性を伴う確率論的な思考やまして統計学は、あいまいで理解不能として敬遠する人もいる。

一方、実社会・実生活での論理とは、よく引き合いに出される「風が吹けば桶屋が儲かる」の類の論理である。「風が吹くとほこりが立つ」から始まる一連の論理は、一見すると数学の論理と同じであるように見える。しかし、個々の推論は、全くの不成立（0%の成立）というわけではないが100%成立するわけでもないという推論である。そのため、論理の連鎖の過程で、実現を期待する最終結論の実現可能性は減少していく一方で、それ以外の結論の実現可能性は増加していくという点が、数学の論理とは本質的に異なる³。

それに加えて、各推論の成立する可能性は具体的にどれくらいか、正確には知り得ないことが普通である。そのため、この可能性に関する見積もりとその信頼性や精度が、人によって異なりうるという問題も生じる。

「風が吹けば桶屋が儲かる」はあくまで落語の世界であると、笑う向きもあるかもしれない。しかし世間話から国会の議論、専門家の議論に至るまで、我々の実社会・実生活における論理はこれと大同小異である⁴。実社会・実生活において我々は、問題の大小にかかわらず、100%成立するとは限らないし具体的に何%であるかについての完全な確証もない推論を連ねて、判断せざるを得ないためである。

3 実社会・実生活での論理を展開する利点と留意点

実社会・実生活での論理は、数学の論理のように明晰ではない。そのような論理でも、冒頭に挙げたように実社会・実生活における基本力になりうる。この基本的な利点には、少なくとも次の4つがあると考ええる。

第一に、ともかく論理を展開しそれを明示することで、思考の過程が自他に対して明らかになる。これによって、日常陥りやすい思考の堂々巡りを排除したり、論理の妥当性を自己チェックしたりできるようになる。また、論理が示されれば第三者がそれを理解し評価することが可能になり、他者との意思疎通の改善になる。以上の点で、論理の展開はそれ自体、利点が多い。

第二の利点は第一の利点と連なるが、論理の明示によって、論理を改善できるかもしれない。つまり、各推論の弱い部分、すなわち推論の成立する可能性が低いと見込まれる部分や、可能性の見積もりの信頼性が

低いとみられる部分について、それに関する知識を持ち合わせる人から助言が得られるかもしれない。

第三の利点も第一の利点と連なる。すなわち、期待する結論が実際には起きない場合、換言すると実際の事象が想定コースを外れた場合のリスクを認識し、それへの対応の準備も念頭に置きやすくなる。

第四の利点は、実際に起きた事象を論理と対照することによって、事後的な検証が可能になることである。特に想定した論理の途中段階において、実際の事象が想定コースを外れた場合、第三の利点ともあわせて、方針の変更を図りやすくなる。

一方、実社会・実生活での論理を展開する際の主な留意点には、次に挙げる3つがあると考ええる。これらが理解されないままの生半可な論理は、思わぬ大火傷につながりかねない。

第一に、繰り返し強調した通り、実社会・実生活での論理は通常、複数の結論を導く。そして、期待する結論が実現する可能性は、100%ではないことに留意される必要がある。「風が吹けば桶屋が儲かる」の例で言えば、これを数学の論理と取り違えて、風が吹けば必ず桶屋が儲かるものと誤解してはならない。

そのうえで、第二の留意点として、期待する結論以外を含めた諸結論がそれぞれ実現する可能性について、その信頼性を含めて慎重に考察される必要がある。これが、実社会・実生活での論理を意志決定に活用する際の良否を決める重要な要素の1つになるためである⁵。

第三の留意点は、期待する結論が実際には起こらなかった場合の考え方である。この場合に、論理的思考を身に付けても無駄だったと後悔されるようならば、実社会・実生活での論理的思考が正しく修得されていなかったことの証左になる。

なお、第二、第三の留意点に関しては、次節で改めて言及する。

4 初等統計教育における具体的展開

筆者は初等統計教育を実践するなかで、「母集団と標本の区別が付くようになること」と「標本の分布と標本平均の分布を区別し、母平均の区間推定と検定ができるようになること」を、入門段階での二大テーマに

³ また、落体の法則のような物理法則とも異なる。

⁴ ちなみに、「風が吹けば桶屋が儲かる」の原典のタイトルは、『世間学者気質』である。

⁵ 意志決定の際には他に、各結論（結果）が起きた時の得失の想定と、結果に対する主観的な評価の仕方（評価関数、効用関数）が重要な要素となる。

置く⁶。これらの教育を、これまで説明してきた実社会・実生活での論理的思考の普及・改善にそのまま役立てることができないか、というのが本稿のねらいである。

この具体的な展開方法は、以下のようなⅠ～Ⅳで構成する。まず構成を列挙し、後でそれぞれを補足する。

Ⅰ、本稿第2節で述べた「数学の論理と実社会・実生活での論理」について、数値例を用いて視覚的に説明する。Ⅱ、「風が吹けば桶屋が儲かる」の例を示し、学生（生徒）に自分なりの論理を展開させる。そのうえで、本稿第3節で第二の留意点として挙げた事項、すなわち期待する結論以外を含めた諸結論がそれぞれ実現する可能性について、慎重な考察を促す⁷。この際には、学生相互の批評とそれによる論理の改善も取り入れる。また、諸結論が実現する可能性の見積りの信頼性を高めるには、どうすればよいかを検討させる。Ⅲ、本稿第3節の第三の留意点で述べた状況、すなわち期待した結論が実際には起こらなかったとした場合を取り上げ、それでも論理的思考にはメリットがあるかどうか、学生自身に考えさせ自由な意見を募る。Ⅳ、全体の授業をまとめる。

（Ⅰの補足）「数学の論理と実社会・実生活での論理」

についての数値例を用いた視覚的な説明

数学の論理では、演繹的推論が中核になっていると述べた。「 $A \Rightarrow B$ 」という演繹的推論が正しいとき、命題 B は A のための必要条件、 A は B のための十分条件と呼ばれる。この直観的な理解は、集合論で用いられるベン図がわかりやすい。また、これを基に数値例を用いて説明する場合は、条件付確率が対応する。図表1と図表2では、「努力」と「成功」の関係を取り上げ、「 $A \Leftrightarrow B$ 」が成立している場合と「 $A \Rightarrow B$ 」が成立している場合を、それぞれ示している。

一方、図表3では演繹的推論は成立していない。現実の世界では、このような推論を用いざるを得ない。

（Ⅱの補足）「諸結論が実現する可能性の見積りの信頼性の高め方」について

推論は思考の要である。賢明な思考とは結局のところ、極力確証の高い推論すなわち知識をなるべく多く自分の引き出しに蓄え、それらを必要に応じてうまく

組み合わせ、期待する結論以外を含めたありうる結論を導き、その結果を判断や意志決定に活用することであると言える。

現実世界における確証の高い推論には、物理法則も含まれるが、実社会・実生活では法則と呼べる知識はほとんどない。そこで人々は普通、それまでの経験や、伝聞も含めた玉石混淆の情報に基づいて推論している。

ここで、新たに良質な情報を収集し分析するならば、より確証の高い推論を入手しうることを、学生に理解させる。とりわけ統計学の活用は、期待する結論の実現する可能性が例えば80%なのかそれとも40%なのかについての確証を高め、ひいては判断を改善させる。初等統計学における母平均の区間推定（特に関心対象の生起を1それ以外を0とした場合、すなわち母比率の区間推定）は、まさにこのために利用できる。

（Ⅲの補足）「期待した結論が実際には起こらなかったとした場合」の論理的思考のメリット

学生に確率を教えると、これが特定の結果を当てるための技法であると誤解されやすく戸惑うことがある。実社会・実生活での論理的思考も、全く同様である。

冒頭で述べたように、論理的思考に基づく判断が裏目に出ることもある。しかし、確率の応用と同様に、論理的思考は長い目でみれば有利を導く。また、本稿第3節で述べた4つの利点があることにも気付かせる。

5 おわりに

経済学では「クールヘッド、ウォームハート」というA.マーシャルの言葉が時々引き合いに出される。同様の趣旨ではあるが、筆者は「論理は足腰である」と指摘したい。つまり、脳は心や足腰を鍛えてそれらの働きを良くするとともに、心に配慮して向きや歩幅を変える判断と意志の決定を担うものであると考える。

このように論理は基本であるが、現実の世界の論理は数学の論理よりも複雑である。そのため、論理が誤用されたり不当に軽視されたりすることも珍しくない。

論理の中核は推論であり、現実の論理の複雑さもここに起因する。本稿はまず、現実の推論を数学の推論と比較して特徴を示し、現実の論理を展開する利点についても説明した。次に、統計学が推論の確証を高め、ひいては判断を改善する役割について説明した。このように位置付けた初等統計教育の展開は、実社会・実生活での論理的思考の普及・改善に貢献すると考える。

⁶ また、偏差、分散、正規分布を含めた分布とその特徴、中心極限定理、大数法則は特に念入りに教えている。

⁷ ある最終結論の実現可能性を計算するには、事象の独立性や条件付確率を含めた確率の知識も必要になる。

【参考】 「数学の論理と実社会・実生活での論理」について数値例を用いた視覚的な説明例

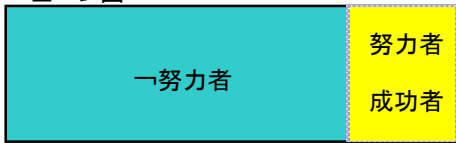
図表1 「努力者⇔成功者」(「努力」は「成功」のための必要十分条件)が真である場合

- ①原命題(真): 努力者⇒成功者 (努力している人は例外なく成功者だ。≡「努力は必ず報われる」)
- ②対偶(真): ¬成功者⇒¬努力者(成功していない人は例外なく努力していない)
- ③逆(真): 成功者⇒努力者 (成功している人は例外なく努力者だ。≡「成功するには努力が必要」)
- ④裏(真): ¬努力者⇒¬成功者(努力していない人は例外なく不成功者だ。≡「努力しないのに成功する筈がない」)

(数値例)

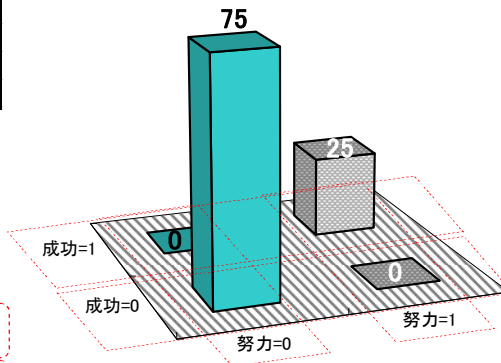
	成功=0	成功=1	小計
努力=0	75	0	75
努力=1	0	25	25
小計	75	25	100

□ベン図



□条件付き確率

- ① $P(\text{成功}=1 | \text{努力}=1) = 25/25 = 1.00$
- ② $P(\text{努力}=0 | \text{成功}=0) = 75/75 = 1.00$
- ③ $P(\text{努力}=1 | \text{成功}=1) = 25/25 = 1.00$
- ④ $P(\text{成功}=0 | \text{努力}=0) = 75/75 = 1.00$



図表2 「努力者⇒成功者」(「努力」は「成功」のための十分条件)が真である場合

- ①原命題(真): 努力者⇒成功者 (努力している人は例外なく成功者だ。≡「努力は必ず報われる」)
- ②対偶(真): ¬成功者⇒¬努力者(成功していない人は例外なく努力していない)
- ③逆(真偽不明): 成功者⇒努力者 ※逆は真偽不明(成功している人の中に努力していない人がいる可能性がある)
- ④裏(真偽不明): ¬努力者⇒¬成功者 ※裏は真偽不明(努力していない人の中に成功している人がいる可能性がある)

(数値例)

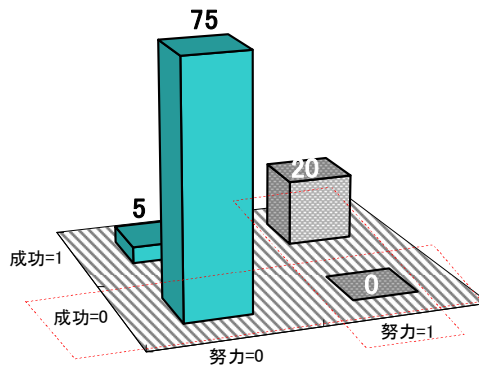
	成功=0	成功=1	小計
努力=0	75	5	80
努力=1	0	20	20
小計	75	25	100

□ベン図



□条件付き確率

- ① $P(\text{成功}=1 | \text{努力}=1) = 20/20 = 1.00$
- ② $P(\text{努力}=0 | \text{成功}=0) = 75/75 = 1.00$
- ③ $P(\text{努力}=1 | \text{成功}=1) = 20/25 = 0.80$
- ④ $P(\text{成功}=0 | \text{努力}=0) = 75/80 = 0.94$

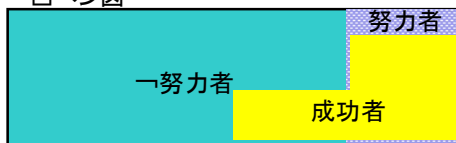


図表3 「努力」が「成功」のための必要条件でも十分条件でもない場合(実社会・実生活での論理の例)

(数値例)

	成功=0	成功=1	小計
努力=0	65	10	75
努力=1	5	20	25
小計	70	30	100

□ベン図



□条件付き確率

- $P(\text{成功}=1 | \text{努力}=1) = 20/25 = 0.80$
- $P(\text{努力}=0 | \text{成功}=0) = 65/70 = 0.93$
- $P(\text{努力}=1 | \text{成功}=1) = 20/30 = 0.67$
- $P(\text{成功}=0 | \text{努力}=0) = 65/75 = 0.87$
- (参考) $P(\text{成功}=1 | \text{努力}=0) = 10/75 = 0.13$
- $P(\text{成功}=0 | \text{努力}=1) = 5/25 = 0.20$

