

数学的活動を促す 数学Ⅰ「データの分析」の授業

～第11回統計教育の方法論ワークショップ
@統計数理研究所～

2015年3月7日(土)
高木 勝久(神戸大学附属中等教育学校)

なぜ授業実践事例の発表にいったか

- 思いもよらない生徒の「誤答」に遭遇したから
- 「誤答の原因」もまた思いもよらないものであったから
- それらが「数学的活動の欠如」に起因すると思われたから
- 「データの分析」の指導に、数学的活動を盛り込めないか
と考えたから
- 「データの分析」の学習にこそ、数学的活動が不可欠だと
考えたから

生徒の「数学の学習」が、なにかおかしいか

生徒達は、
数学的活動を
しているのか？

- 大きな問題はなく授業が進む。しかし、進度が上がらない。
- 生徒たちの積極的に評価できる面は何か？ と問われると、
授業者として一瞬答えに窮する。
- じっとしている。(よきにつけあしきにつけ) 活動が止まっている？
「受動的能動」の状態にはない。完全な受動？
- 指名されて初めて「今、何番やってるんですか？」
- 前時の内容をほぼ忘れていて。本時の話題になかなか進めない。
進むには授業者に勇気が必要。 → 進度が上がらない。

生徒の「数学の学習」が、なにかおかしいか

生徒達は、
数学的活動を
しているのか？

- 説教をして、次時に小テスト、さらに再テストをすると、思いの
ほか仕上げてくる。
- ノートからは、問題と「格闘」した痕跡がそれほど見られない。
- 成績は全般的に芳しくない。
- 「勉強をしているのか？」と尋ねると「はい、しています」と答える。
無表情で答える。
- 心の声は、これ？ 「あなたが課したノルマをこなしたこの私が、
あなたに責められる点などあるのでしょうか？」

模擬試験の分析をしてみると.....

- 「2次方程式 $x^2 - 2x - 4 = 0$ を解け。」の正答率が非常に低い。
- 典型的な誤答例：
その1 $x = \pm\sqrt{5}$ その2 $x = 1 \pm 2\sqrt{5}$ (正答は $x = 1 \pm \sqrt{5}$)
- しかし、生徒達は「2次方程式の解の公式」をきちんと覚えていた!
- 「2次方程式 $8x^2 - 8x - 3 = 0$ を解け。」の方が正答率が高い。

1 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 - 2x - 4 = 0$

$$x + x = \frac{2 \pm \sqrt{4 + 16}}{2}$$

$$= \frac{2 \pm 2\sqrt{5}}{2}$$

$$x = \pm\sqrt{5}$$

(2) $8x^2 - 8x - 3 = 0$

$$x = \frac{8 \pm \sqrt{64 + 96}}{16}$$

$$= \frac{8 \pm 4\sqrt{10}}{16}$$

$$= \frac{2 \pm \sqrt{10}}{4}$$

1 次の2次方程式を解け。

(1) $x^2 - 2x - 4 = 0$

$$\frac{2 \pm \sqrt{4 - 4 \cdot (-4)}}{2}$$

$$\frac{2 \pm \sqrt{20}}{2} = \frac{1 \pm 2\sqrt{5}}{1}$$

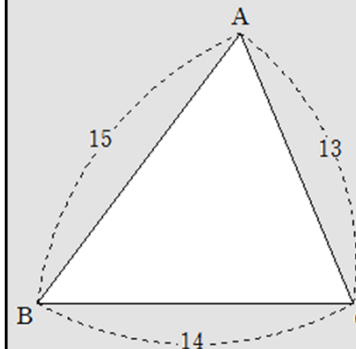
$$x = 1 \pm 2\sqrt{5}$$

2

「先生！僕は間違いなくこのように習いました！」

$$9 \times 9 \times \pi \times \frac{150}{360} = \frac{135}{4} \pi$$

その他にも、いろいろ.....



「 $\cos C$ の値を求めよ。」

$$\cos C = \frac{13^2 + 14^2 - 15^2}{2 \cdot 13 \cdot 14}$$

余弦定理を覚えてはいるが...

指導要領における『数学的活動』

(「高等学校学習指導要領解説 数学編」(文部科学省) から引用 ただし「数学Ⅱ」を除く)

数学的活動とは、数学学習にかかわる目的意識をもった**主体的な活動**のことであるが、(中略)高等学校では特に次の活動を重視している。

- 自ら課題を見だし、解決するための構想を立て、考察・処理し、その過程を振り返って得られた結果の意義を考えたり、それを発展させたりすること。… ①【Plan・Do・Check・Action】
- 学習した内容を生活と関連付け、具体的な事象の考察に活用すること。… ②【具体例に適用】
- 自らの考えを数学的に表現し根拠を明らかにして説明したり、議論したりすること。… ③【他者とのコミュニケーション】

指導要領における『数学Ⅰ・「データの分析」』①

(「高等学校学習指導要領」(文部科学省) から引用)

統計の**基本的な考え方を理解**するとともに、それを用いてデータを整理・分析し**傾向を把握**できるようにする。

ア データの散らばり

四分位偏差、分散及び標準偏差などの意味について理解し、それらを用いてデータの傾向を把握し、説明すること。

イ データの相関

散布図や相関係数の意味を理解し、それらを用いて二つのデータの相関を把握し説明すること。

指導要領における『数学Ⅰ・「データの分析」』②

	視覚的に捉える	数値化する
データの散らばり	度数分布表 度数折れ線	ヒストグラム 箱ひげ図
データの相関	相関表 散布図	四分位範囲 分散 標準偏差 相関係数

指導要領における『数学Ⅰ・「データの分析」』③

(「高等学校学習指導要領」(文部科学省) から引用)

統計の**基本的な考え方を理解**するとともに、**それを用いて**データを整理・分析し**傾向を把握**できるようにする。

ア データの散らばり

四分位偏差、分散及び標準偏差などの意味について理解し、それらを用いてデータの傾向を**把握し、説明**すること。

イ データの相関

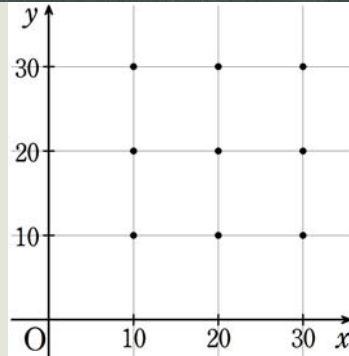
散布図や相関係数の意味を理解し、それらを用いて二つのデータの相関を**把握し説明**すること。

「数学的活動」を促すための、はたらきかけ①

- 右の散布図に示された9組のデータについて、 x と y の相関係数を求めよ。(まず推定してみよ)

生徒の推定：

0	6人
0 ~ 0.3	1人
0.3 ~ 0.7	1人
0.7 ~ 1	1人

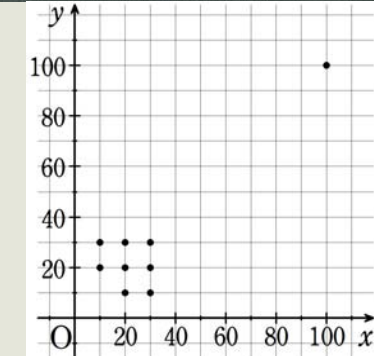


「数学的活動」を促すための、はたらきかけ②

- 右の散布図に示された9組のデータについて、 x と y の相関係数を求めよ。(まず推定してみよ)

生徒の推定：

0	0人	0人
0 ~ 0.3	0人	5人
0.3 ~ 0.7	3人	5人
0.7 ~ 1	6人	0人



「数学的活動」を促すための、はたらきかけ③

(一般社団法人 中央調査社HP (<http://www.crs.or.jp/backno/No650/6500.htm>) から引用)
(参考文献：大淵智勝 (2013)教科「数学」のこれから先 駿台教育フォーラム 29 71-83)

- 某社のHPに次のような記述があった(一部改変)。**赤字部**は、調査で得られたデータを適切に解釈したものと言えるか。理由もつけて答えよ。

「20**年×月の時事世論調査の結果がまとまった。△△内閣の支持率は前月から6.7ポイント減の35.5%に低下し、不支持率は同9.2ポイント増えて36.0%だった。政権発足後わずか3か月目で**支持と不支持が逆転した**。(中略)調査は全国の成人男女2000人を対象に、個別面接聴取法で×月10日から13日に実施。有効回収(率)は1279(64.0%)だった。」

「数学的活動」を促すための、はたらきかけ④

- ある調査によると、次の(1)~(3)に示した2つの変数 x 、 y には強い正の相関があったという。(1)~(3)のうち、 x と y に因果関係があると言えるものはどれか。

- ある海沿いの地域における、年別の6~8月の
 x ：アイスクリームの売り上げ高 y ：水難事故の件数
- ある地域における就労者の
 x ：白髪の本数 y ：年収
- あるクラスの生徒の、秋学期中間考査の
 x ：英語の点数 y ：数学の点数

「数学的活動」を促すための、はたらきかけ⑤

(小林道正(2013)データ分析における「箱ひげ図」の誤解－高校教科書における多数の誤り－中央大学論集 34 57-68 から引用)

- ある学年の1組と2組でテストを行った。すべての生徒の点数は次のようであった。

1組：10, 20, 20, 20, 40, 40, 40, 50, 60, 70, 70, 70, 80

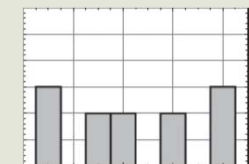
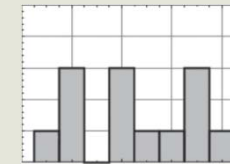
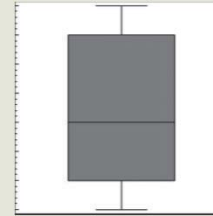
2組：10, 10, 10, 30, 30, 40, 40, 60, 60, 80, 80, 80

- 1組, 2組のテストの点数をそれぞれ箱ひげ図で表せ。
- 1組, 2組のテストの点数をそれぞれヒストグラムで表せ。

「数学的活動」を促すための、はたらきかけ⑥

(小林道正(2013)データ分析における「箱ひげ図」の誤解－高校教科書における多数の誤り－中央大学論集 34 57-68 から引用)

- 1組と2組の箱ひげ図
- 1組と2組のヒストグラム



「数学的活動」を促すための、はたらきかけ⑦

- 次の(1)～(4)について、レポートにまとめよ。
- 「データの分析」により1次資料(生データ)の実態が2次資料(生データから得られた数値, 図表, 文章など)に**必ずしも正確に反映されていない**具体例を①1つ以上挙げ, そのそれぞれについて, ②そのようになった原因を考えて記せ。
 - 「データの分析」により1次資料の実態が2次資料に**正確に, かつ利用されやすく反映されている**具体例を①1つ以上挙げ, そのそれぞれについて②そのようになった原因を考えて記せ。

「数学的活動」を促すための、はたらきかけ⑧

- 2次資料を利用する立場の者が**, 資料を有効に利用する際に注意すべき点を述べよ。
- あなたが将来, 2次資料を提供する立場になったときに**, 有効な資料を提供する際に注意すべき点を述べよ。

生徒のレポートから①

- ① 「データの分析」により1次資料(生データ)の実態が2次資料(生データから得られた図、表、文章など)に必ずしも正確に反映されていない具体例を
- ① 1つ以上挙げ、そのそれぞれについて、
- ・ スーパー販売額・前年同月比増減率の棒、折れ線グラフと季節調整指数の推移の棒、折れ線グラフの比較
 - ・ 季節調整指数というものは、経済統計の原型数から季節の変動による業績のばらつきを取り除いた指数のことである。統計から、季節要因(月ごとに変化する休日数、気温による需要の変動など)を取り除いて、企業の業績をより正確に評価するために生まれた。具体的には、経済の原計数を季節指数で割ることで算出される。
※季節指数(%)=各月の累計売上高÷累計年間売上高×100

生徒のレポートから②

- ② そのようになった原因を考えて記せ。
- ・ 季節指数の作成方法には、月別平均法、連環比率法、移動平均法といったものがある。また、それぞれに固定季節型(毎年一定であると考え)と、可変季節型(毎年少しずつ変化していくと考える)がある。
 - ・ 移動平均法…例えば2000年4月については3月～5月の、5月については4月～6月の平均値というように1ヶ月ずつずらした各3ヶ月の平均値を期間の真中月の値としたものである(3ヶ月移動平均)。
- [まとめ]…季節指数を求める際に可変季節型を使っていたり、移動平均法を使ったりすると真の値から遠ざかっていくため、必ずしも正確に反映されない。

生徒のレポートから③

- (4) あなたが将来、2次資料を提供する立場になったとして、有効な資料を提供する際に注意すべき点を挙げよ。
- ・ ちゃんと1次資料が正確に反映されているか、また反映されていない場合、その理由をちゃんと記載して提供すること。

生徒のレポートから④

- (3) 「新聞や本にのっているから」という理由でそこに掲載されている情報や数字を正しく信じない。 そのデータはどのような方法で行われた調査なのか、表やグラフの単位などはチェックする。本文に書かれているそのデータの説明やそこから得られた結論や意見をしっかりと読み取る。自分も考えてみる。
- (4) 調査方法などは必ず確認する。与えられた生データに近い形で提供する場合、結論を断定はしない。あくまでも 自分から生データから考えたことである という形にする。

反省, 雑感など①

- 生徒に「数学的活動の欠如」の気づきを促す
- 生徒の「数学的活動」の場면을授業に盛り込む
（「データの分析」以外の単元）
- 生徒の「数学的活動」の場면을授業に盛り込む
（「データの分析」の単元）
 - 試行錯誤のさなかにある
 - （生徒の様子を見ながらの授業実践が卒業まで続く）
 - （特に「データの分析」については私の研鑽も必要）

反省, 雑感など②

- 箱ひげ図（四分位数）, 分散（標準偏差）, 散布図, 相関係数の指導だけではもったいない！
- 全数調査と標本調査の差異に言及したい
（「課題学習」「総合的な学習の時間」との兼ね合いも良好）
→ 推定や検定にまで言及したい
- 高校生にとって「実社会とのコミュニケーションの窓口」となりうる
- しかし, 高校の教育課程は過密（特に1年次）
- 教員の研修も不可欠

ご清聴ありがとうございました。