

■リトルの公式

$$W = W_q + b, \quad L = L_q + \rho$$

の両式を使えば、 W_q を441ページの図や、ポラチェック・ヒンチンの公式、あるいは近似式などから求めることで、 L 、 L_q 、 W の諸量が求められる。ここで、 b は平均サービス時間を示す。待ち行列網を扱うときなど、特に有効に利用される。具体的な計算例については375ページの例参照。

■アールン式 1917年、アールン(A. K. Erlang)によって求められた公式で、待ち行列論の創始と目される業績である。電話交換において、途中回線の話し中のため呼損となる確率、すなわち呼損率は、電話サービスの基準を定める量としてよく用いられているが、 $n=s$ のときの P_n 、つまり P_s が呼損率である。アールンは $M/M/s$ の場合に導いたが、40年後、 $M/G/s$ でも同じ公式が成り立つことが知られた。

呼損率は電話事業で用いられるので[53]などに詳しい数表がある。しかし、 $\rho = a/s$ の値が極端に1に近くなければ、 P_n はポアソン分布 $(a^n/n!)e^{-a}$ で近似しても実用上困らないことも多い。例として、 $a=3$ 、 $s=6$ のとき両者の比較を次表に示す。

n	0	2	4	6
アールン式	.052	.232	.174	.052
ポアソン近似	.050	.224	.168	.050

■ポラチェック・ヒンチンの公式 サ

ービス時間の分布が任意のときに平均待ち時間 W_q を与えるので便利である。

1930年代初頭にポラチェックとヒンチンにより独立に求められた。 $s=1$ のときに成り立つが、 $s>1$ に対しては同様の公式はない。この式を変形すると、

$$W_q = (M/M/1 \text{ の } W_q) \cdot \frac{1+C^2}{2} \quad (1)$$

となる。ここで C はサービス時間の変動係数、すなわち、標準偏差/平均値を示す。したがって、 $M/D/1$ の W_q は $M/M/1$ の W_q の1/2に等しい。

■近似式 $GI/G/1$ における平均待ち時間 W_q の近似式にはいくつかのものが提案されているが、比較的簡単でかつ精度の点でも優れているものに、次の式がある。

$$W_q = \frac{\lambda b^2 (C_a^2 + C_s^2)}{2(1-\rho)}$$

ここで、 C_a 、 C_s はそれぞれ到着間隔分布およびサービス時間分布の変動係数を示す。

複数窓口の場合には、 $M/G/s$ に対し、式(1)を拡張した

$$W_q = (M/M/s \text{ の } W_q) \cdot \frac{1+C^2}{2}$$

も提案され、粗い近似としては有用であるが、もう少し精度の高いものとしては、

$$W_q = C^2 (M/M/s \text{ の } W_q) + (1-C^2) (M/D/s \text{ の } W_q)$$

も使いやすい。(森村)